

Modélisation Diphasique de la Propagation d'Ondes Elastiques cohérentes dans un Matériau Composite à Particules Sphériques

Alverède SIMON

Tony VALIER-BRASIER, Régis WUNENBURGER, Jean-Marc CONOIR

Institut Jean le Rond d'Alembert

7 novembre 2018

Introduction

Objectif de l'équipe

Contrôler les ondes de volume élastiques avec des "Métamatériaux localement résonnants"

Les métamatériaux à matrice solides sont peu étudiés

- Présence des ondes de cisaillement → Conversions d'onde
- Echantillons difficiles à fabriquer → résonateurs complexes
 - ▶ bulles
 - ▶ coques à coeur lourd
 - ▶ coques cylindriques en élastomère remplies d'eau et enfouies dans une mousse
 - ▶ particules métalliques connectées à une matrice par des micropoutres
- Manque de connaissance sur les résonances locales dans les solides

Introduction

Objectif de l'équipe

Contrôler les ondes de volume élastiques avec des "Métamatériaux localement résonnants"

Les métamatériaux à matrice solides sont peu étudiés

- Présence des ondes de cisaillement → Conversions d'onde
- Echantillons difficiles à fabriquer → résonateurs complexes
 - ▶ bulles
 - ▶ coques à coeur lourd
 - ▶ coques cylindriques en élastomère remplies d'eau et enfouies dans une mousse
 - ▶ particules métalliques connectées à une matrice par des micropoutres
- Manque de connaissance sur les résonances locales dans les solides

→ Nécessité de résonateurs simples
→ Originalité : contrôle des ondes transverses

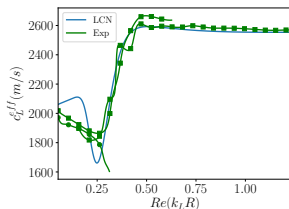
Travaux de l'équipe

Théorique

Résonances de billes denses dans une matrice élastique

→ Forte résonance dipolaire en translation : $f_{res} = \frac{3c_T\sqrt{8\tilde{\rho} - 5}}{4\pi R(2\tilde{\rho} + 1)}$

→ $\tilde{\rho}$ le contraste de densité est le paramètre clef



Théorique et experimental

- Influence de la résonance en translation sur les ondes L cohérentes
- Rayonnement acoustique d'ondes transverses intenses

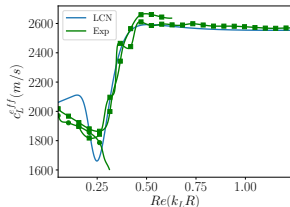
Travaux de l'équipe

Théorique

Résonances de billes denses dans une matrice élastique

→ Forte résonance dipolaire en translation : $f_{res} = \frac{3c_T\sqrt{8\tilde{\rho}-5}}{4\pi R(2\tilde{\rho}+1)}$

→ $\tilde{\rho}$ le contraste de densité est le paramètre clef



Théorique et experimental

- Influence de la résonance en translation sur les ondes L cohérentes
- Rayonnement acoustique d'ondes transverses intenses

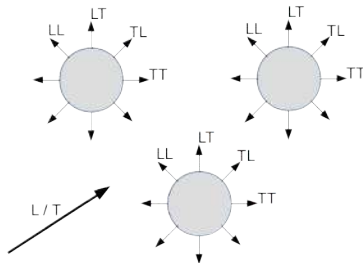
Etudier théoriquement et expérimentalement les ondes transverses cohérentes

Système étudié

Milieu hétérogène comprenant :

- *une phase continue* : une **matrice** solide homogène isotrope
- *une phase disperse* : une répartition de N **particules** sphériques mobiles, de rayon R , non pénétrables, de fraction volumique ϕ_0

Perturbation : Multidiffusion avec conversions d'ondes sur le passage d'une onde incidente Longitudinale ou Transverse



Travaux précédents

- 1 Homogénéisation dynamique : Willis (1980)
- 2 Théorie de la diffusion multiple :
 - ▶ Foldy (1944) : ordre 1 en concentration (ISA)
 - ▶ Varadan, Ma & Varadan (1984) : ordre 2 en concentration (QCA)
 - ▶ Luppé, Conoir & Norris (2011) : ordre 2 en concentration, avec conversion
- 3 Equations de la mécanique des fluides multiphasiques
 - ▶ Buyevich & Schelchkova (1979) : Equations de phases couplées
 - ▶ Baudoin (2007) : Modèle de propagation d'onde dans matrice fluide

Travaux précédents

- 1 Homogénéisation dynamique : Willis (1980)
- 2 Théorie de la diffusion multiple :
 - ▶ Foldy (1944) : ordre 1 en concentration (ISA)
 - ▶ Varadan, Ma & Varadan (1984) : ordre 2 en concentration (QCA)
 - ▶ Luppé, Conoir & Norris (2011) : ordre 2 en concentration, avec conversion
- 3 Equations de la mécanique des fluides multiphasiques
 - ▶ Buyevich & Schelchkova (1979) : Equations de phases couplées
 - ▶ Baudoin (2007) : Modèle de propagation d'onde dans matrice fluide

Modèle Hydro-Solide

Fluide visqueux comparable à un solide isotrope viscoélastique



Adapter un modèle de fluide diphasique aux milieux solides

Fluide diphasique

Equation de conservation de la quantité de mouvement dans chaque phase (*Flow of dense suspension*, Buyevich & Schelchkova, 1979, Prog Aerospace Science)

↔ "lissage statistique" des équations de conservations locales

$$\begin{cases} (1 - \phi_0)\rho_c \frac{D^2 \mathbf{u}_c}{Dt^2} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{F} + \nabla \cdot \mathbf{S} \\ \phi_0 \rho_d \frac{D^2 \mathbf{u}_d}{Dt^2} = \mathbf{F} \end{cases}$$

- ϕ_0 la fraction volumique de la phase disperse
- ρ_c et ρ_d les masses volumiques des phases continue et disperse
- \mathbf{u}_c et \mathbf{u}_d le déplacement moyen des phases continue et disperse
- $\boldsymbol{\sigma}$ le tenseur des contraintes moyen du mélange
- \mathbf{F} la force d'interaction volumique entre les deux phases
- \mathbf{S} le stresslet, ie les contraintes ajoutées par la phase disperse

Termes de couplage

$$\begin{cases} \mathbf{F} = R^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{e}_r \cdot \langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle_r \sin \theta d\theta d\varphi \\ \mathbf{S} = R^3 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{e}_r \otimes (\mathbf{e}_r \cdot \langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle_r) \sin \theta d\theta d\varphi \end{cases}$$

$\langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle_r$ contraintes volumiques moyennes dans la matrice conditionnées par la présence d'une particule test en \mathbf{r}

→ Fermeture au premier ordre de diffusion (ISA)

$$\langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle_r = n_0 \boldsymbol{\Sigma}$$

$\boldsymbol{\Sigma}$ contraintes dans la matrice avec une particule test à l'origine

→ Onde incidente + Ondes L et T diffusées par la particule

→ Développées sur les harmoniques sphériques (Valier-Brasier et al., 2015 et 2017)

→ $\mathbf{F} = n_0 \tilde{\mathbf{F}}$ et $\mathbf{S} = n_0 \tilde{\mathbf{S}}$, $\tilde{\mathbf{F}}$ et $\tilde{\mathbf{S}}$ pour une particule isolée

Force d'interaction interphasique

Force développée pour une onde L et une onde T incidente d'amplitude u_0 sur une particule test élastique

$$\tilde{F}_m = (F_1^{mL} + F_1^{mT})u_0, \quad m = L, T$$

- Apparition de termes dipolaires en $n = 1$ et résonance en translation
- Relié linéairement à l'amplitude et à la polarisation de l'onde incidente
- $\tilde{F}_L \propto 4\pi$, $\tilde{F}_T \propto 2\pi$ du fait de la symétrie selon l'angle φ
- En accord avec une approche mécanique dans le cas de particule rigide (Norris 2007)

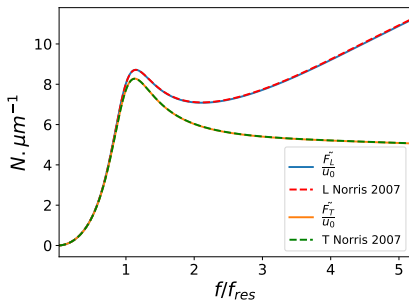


Figure: \tilde{F} sur particule rigide

Force d'interaction interphasique

Force développée pour une onde L et une onde T incidente d'amplitude u_0 sur une particule test élastique

$$\tilde{F}_m = (F_1^{mI} + F_1^{mL} + F_1^{mT})u_0, \quad m = L, T$$

- Apparition de termes dipolaires en $n = 1$ et résonance en translation
- Relié linéairement à l'amplitude et à la polarisation de l'onde incidente
- $\tilde{F}_L \propto 4\pi$, $\tilde{F}_T \propto 2\pi$ du fait de la symétrie selon l'angle φ
- En accord avec une approche mécanique dans le cas de particule rigide (Norris 2007)

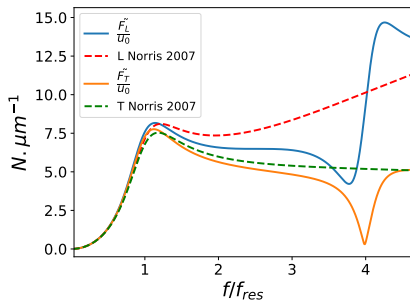


Figure: \tilde{F} sur particule élastique

Stresslet

Onde longitudinale incidente :

$$\tilde{\mathbf{S}}_L = \begin{pmatrix} \tilde{S}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{S}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{S}_{33} \end{pmatrix} u_0, \quad \begin{cases} \tilde{S}_{11} = (S_0^{LI} + S_0^{LL} - \frac{S_2^{LI}}{2} - \frac{S_2^{LL}}{2} - \frac{S_2^{LT}}{2}) \\ \tilde{S}_{33} = (S_0^{LI} + S_0^{LL} + S_2^{LI} + S_2^{LL} + S_2^{LT}) \end{cases}$$

Onde transverse incidente :

$$\tilde{\mathbf{S}}_T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tilde{S}_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tilde{S}_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} u_0, \quad \begin{cases} \tilde{S}_{13} = (S_2^{TI} + S_2^{TL} + S_2^{TT} + S_1^{SI} + S_1^{TS}) \\ \tilde{S}_{31} = (S_2^{TI} + S_2^{TL} + S_2^{TT} - S_1^{SI} - S_1^{TS}) \end{cases}$$

- Apparition de termes monopolaires en $n = 0$, dipolaire de rotation en $n = 1$ et quadripolaires en $n = 2$
- Relié linéairement à l'amplitude de l'onde incidente

Stresslet

Onde longitudinale incidente :

$$\tilde{\mathbf{S}}_L = \begin{pmatrix} \tilde{S}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{S}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{S}_{33} \end{pmatrix} u_0, \quad \begin{cases} \tilde{S}_{11} = (S_0^{LI} + S_0^{LL} - \frac{S_2^{LI}}{2} - \frac{S_2^{LL}}{2} - \frac{S_2^{LT}}{2}) \\ \tilde{S}_{33} = (S_0^{LI} + S_0^{LL} + S_2^{LI} + S_2^{LL} + S_2^{LT}) \end{cases}$$

Onde transverse incidente :

$$\tilde{\mathbf{S}}_T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tilde{S}_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tilde{S}_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} u_0, \quad \begin{cases} \tilde{S}_{13} = (S_2^{TI} + S_2^{TL} + S_2^{TT} + \cancel{S_1^{SI}} + \cancel{S_1^{TS}}) \\ \tilde{S}_{31} = (S_2^{TI} + S_2^{TL} + S_2^{TT} - \cancel{S_1^{SI}} - \cancel{S_1^{TS}}) \end{cases}$$

- Apparition de termes monopolaires en $n = 0$, dipolaire de rotation en $n = 1$ et quadripolaires en $n = 2$
- Relié linéairement à l'amplitude de l'onde incidente
- **Partie antisymétrique négligée**

Stresslet

Onde longitudinale incidente :

$$\tilde{\mathbf{S}}_L = \begin{pmatrix} \tilde{S}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{S}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{S}_{33} \end{pmatrix} u_0, \quad \begin{cases} \tilde{S}_{11} = (S_0^{LI} + S_0^{LL} - \frac{S_2^{LI}}{2} - \frac{S_2^{LL}}{2} - \frac{S_2^{LT}}{2}) \\ \tilde{S}_{33} = (S_0^{LI} + S_0^{LL} + S_2^{LI} + S_2^{LL} + S_2^{LT}) \end{cases}$$

Onde transverse incidente :

$$\tilde{\mathbf{S}}_T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tilde{S}_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tilde{S}_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} u_0, \quad \begin{cases} \tilde{S}_{13} = (S_2^{TI} + S_2^{TL} + S_2^{TT} + \cancel{S_1^{SI}} + \cancel{S_1^{TS}}) \\ \tilde{S}_{31} = (S_2^{TI} + S_2^{TL} + S_2^{TT} - \cancel{S_1^{SI}} - \cancel{S_1^{TS}}) \end{cases}$$

- Apparition de termes monopolaires en $n = 0$, dipolaire de rotation en $n = 1$ et quadripolaires en $n = 2$
- Relié linéairement à l'amplitude de l'onde incidente
- **Partie antisymétrique négligée**

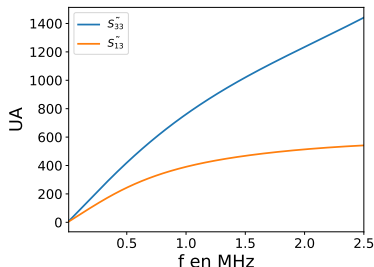


Figure: $\tilde{\mathbf{S}}$ sur particule rigide

Stresslet

Onde longitudinale incidente :

$$\tilde{\mathbf{S}}_L = \begin{pmatrix} \tilde{S}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{S}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{S}_{33} \end{pmatrix} u_0, \quad \begin{cases} \tilde{S}_{11} = (S_0^{LI} + S_0^{LL} - \frac{S_2^{LI}}{2} - \frac{S_2^{LL}}{2} - \frac{S_2^{LT}}{2}) \\ \tilde{S}_{33} = (S_0^{LI} + S_0^{LL} + S_2^{LI} + S_2^{LL} + S_2^{LT}) \end{cases}$$

Onde transverse incidente :

$$\tilde{\mathbf{S}}_T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tilde{S}_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tilde{S}_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} u_0, \quad \begin{cases} \tilde{S}_{13} = (S_2^{TI} + S_2^{TL} + S_2^{TT} + \cancel{S_1^{SI}} + \cancel{S_1^{TS}}) \\ \tilde{S}_{31} = (S_2^{TI} + S_2^{TL} + S_2^{TT} - \cancel{S_1^{SI}} - \cancel{S_1^{TS}}) \end{cases}$$

- Apparition de termes monopolaires en $n = 0$, dipolaire de rotation en $n = 1$ et quadripolaires en $n = 2$
- Relié linéairement à l'amplitude de l'onde incidente
- **Partie antisymétrique négligée**

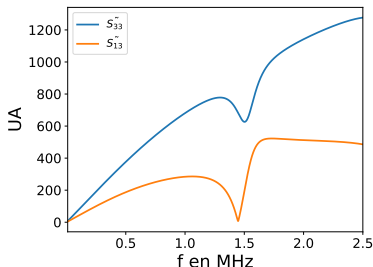


Figure: $\tilde{\mathbf{S}}$ sur particule élastique

Relation de dispersion, cas longitudinal

Hypothèse : une seule onde cohérente à la fois dans la matrice \rightarrow champs harmoniques purement L

Régime d'homogénéisation : L'onde cohérente dans la matrice correspond à l'onde incidente sur la particule test \rightarrow Termes de couplages exprimés selon \hat{u}_c

Déplacement :

$$\mathbf{u}_p = \hat{u}_p e^{j(k_H^L z - \omega t)} \mathbf{e}_z, \quad p = c, d$$

Force :

$$\tilde{F}_L = (F_1^{LI} + F_1^{LL} + F_1^{LT}) \hat{u}_c e^{j(k_H^L z - \omega t)} \mathbf{e}_z$$

Stresslet :

$$\tilde{\mathbf{S}}_L = \begin{pmatrix} \tilde{S}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{S}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{S}_{33} \end{pmatrix} \hat{u}_c e^{j(k_H^L z - \omega t)}$$

Relation de dispersion, cas transverse

Hypothèse : une seule onde cohérente à la fois dans la matrice \rightarrow champs harmoniques purement T

Régime d'homogénéisation : L'onde cohérente dans la matrice correspond à l'onde incidente sur la particule test \rightarrow Termes de couplages exprimés selon \hat{u}_c

Déplacement :

$$\mathbf{u}_p = \hat{u}_p e^{j(k_H^T z - \omega t)} \mathbf{e}_x, \quad p = c, d$$

Force :

$$\tilde{F}_T = (F_1^{TI} + F_1^{TL} + F_1^{TT}) \hat{u}_c e^{j(k_H^T z - \omega t)} \mathbf{e}_x$$

Stresslet :

$$\tilde{\mathbf{S}}_T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tilde{S}_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tilde{S}_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{u}_c e^{j(k_H^T z - \omega t)}$$

Relation de dispersion, cas transverse

Hypothèse : une seule onde cohérente à la fois dans la matrice \rightarrow champs harmoniques purement T

Régime d'homogénéisation : L'onde cohérente dans la matrice correspond à l'onde incidente sur la particule test \rightarrow Termes de couplages exprimés selon \hat{u}_c

Déplacement :

$$\mathbf{u}_p = \hat{u}_p e^{j(k_H^T z - \omega t)} \mathbf{e}_x, \quad p = c, d$$

Force :

$$\tilde{F}_T = (F_1^{TI} + F_1^{TL} + F_1^{TT}) \hat{u}_c e^{j(k_H^T z - \omega t)} \mathbf{e}_x$$

Stresslet :

$$\tilde{\mathbf{S}}_T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tilde{S}_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tilde{S}_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{u}_c e^{j(k_H^T z - \omega t)}$$

\rightarrow Injecter dans le système de conservation de quantité de mouvement moyen

Nombre d'onde effectif longitudinal

Equation de dispersion à résoudre :

$$\frac{k_H^L{}^2}{k_L^2} \left[1 - \phi_0 \left(1 + \frac{F_1^{LI} + F_1^{LL} + F_1^{LT}}{V_p \rho_d \omega^2} \right) \right] - \left[1 - \phi_0 \left(1 + \frac{F_1^{LI} + F_1^{LL} + F_1^{LT}}{V_p \rho_c \omega^2} \right) \right] - j k_H^L \phi_0 \frac{S_0^{LI} + S_0^{LL} + S_2^{LI} + S_2^{LL} + S_2^{LT}}{V_p \rho_c \omega^2} = 0$$

- A concentration nulle $k_H^L = k_L$ est solution
- Recherche de solution à faible concentration $k_H^L{}^2 = k_L^2 + \phi_0 \xi_1^2$

$$\frac{k_H^L{}^2}{k_L^2} = 1 + \phi_0 \left[j k_L \frac{S_0^{LI} + S_0^{LL} + S_2^{LI} + S_2^{LL} + S_2^{LT}}{V_p \rho_c \omega^2} - \frac{F_1^{LI} + F_1^{LL} + F_1^{LT}}{V_p \rho_c \omega^2} \left(1 - \frac{1}{\tilde{\rho}} \right) \right]$$

Comparaison numérique ondes cohérentes longitudinales

Comparaison du nombre d'onde cohérent du modèle hydro avec l'approximation de Foldy sommée sur 3 modes

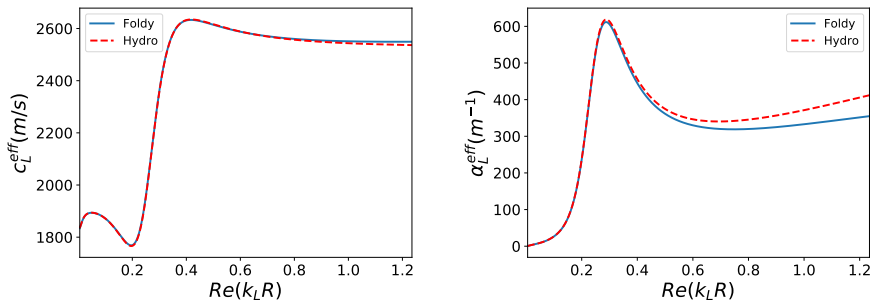


Figure: Matrice : Epoxy, Particules : Tungstène $R = 198,5\mu\text{m}$, $\phi_0 = 5\%$

Comparaison numérique ondes cohérentes longitudinales

Comparaison du nombre d'onde cohérent du modèle hydro avec l'approximation de Foldy sommée sur 3 modes

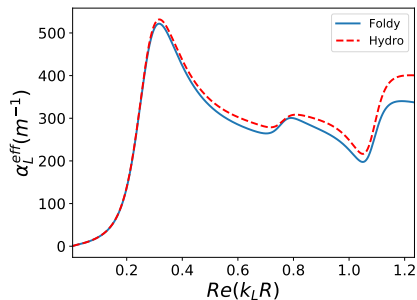
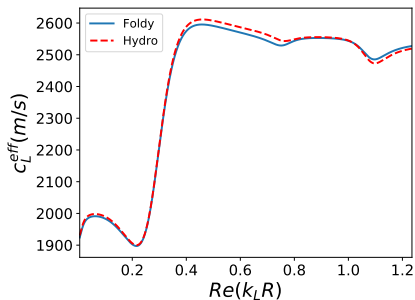


Figure: Matrice : Epoxy, Particules : Plomb $R = 198, 5\mu m$, $\phi_0 = 5\%$

Comparaison numérique ondes cohérentes longitudinales

Comparaison du nombre d'onde cohérent du modèle hydro avec l'approximation de Foldy sommée sur 3 modes

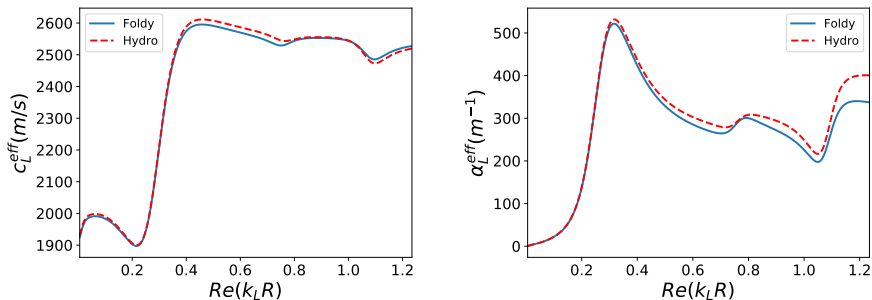


Figure: Matrice : Epoxy, Particules : Plomb $R = 198, 5\mu\text{m}$, $\phi_0 = 5\%$

→ Bon accord des deux modèles

Nombre d'onde effectif transverse

Equation de dispersion à résoudre :

$$\frac{k_H^{T^2}}{k_T^2} \left[1 - \phi_0 \left(1 + \frac{F_1^{TI} + F_1^{TL} + F_1^{TT}}{V_p \rho_d \omega^2} \right) \right] - \left[1 - \phi_0 \left(1 + \frac{F_1^{TI} + F_1^{TL} + F_1^{TT}}{V_p \rho_c \omega^2} \right) \right] - j k_H^T \phi_0 \frac{S_2^{TI} + S_2^{TL} + S_2^{TT}}{V_p \rho_c \omega^2} = 0$$

- A concentration nulle $k_H^T = k_T$ est solution
- Recherche de solution à faible concentration $k_H^{T^2} = k_T^2 + \phi_0 \xi_1^2$

$$\frac{k_H^{T^2}}{k_T^2} = 1 + \phi_0 \left[j k_T \frac{S_2^{TI} + S_2^{TL} + S_2^{TT}}{V_p \rho_c \omega^2} - \frac{F_1^{TI} + F_1^{TL} + F_1^{TT}}{V_p \rho_c \omega^2} \left(1 - \frac{1}{\tilde{\rho}} \right) \right]$$

Comparaison numérique ondes cohérentes transverses

Comparaison du nombre d'onde cohérent du modèle hydro avec l'approximation de Foldy sommée sur 3 modes

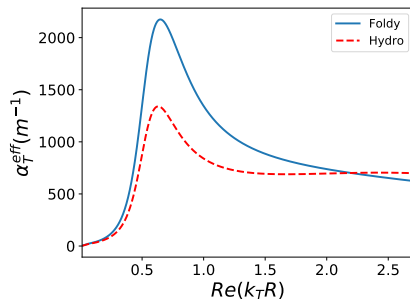
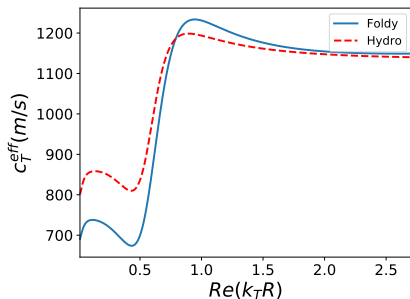


Figure: Matrice : Epoxy, Particules : Tungstène $R = 198,5 \mu m$, $\phi_0 = 5\%$

Comparaison numérique ondes cohérentes transverses

Comparaison du nombre d'onde cohérent du modèle hydro avec l'approximation de Foldy sommée sur 3 modes

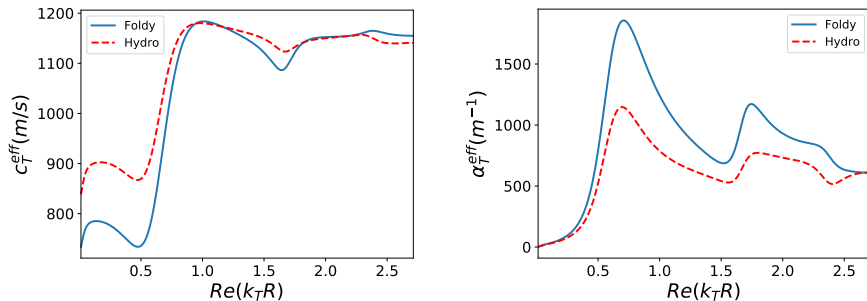


Figure: Matrice : Epoxy, Particules : Plomb $R = 198, 5\mu m$, $\phi_0 = 5\%$

Comparaison numérique ondes cohérentes transverses

Comparaison du nombre d'onde cohérent du modèle hydro avec l'approximation de Foldy sommée sur 3 modes

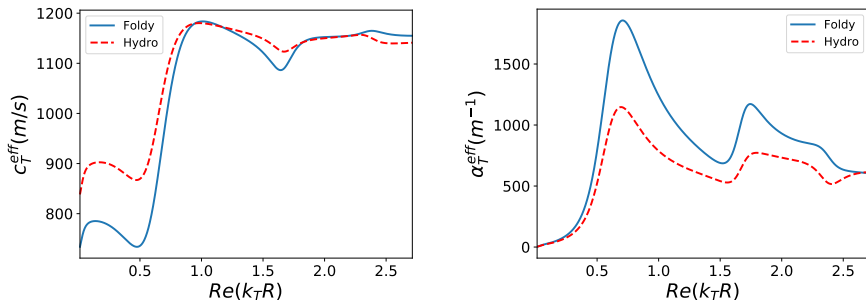


Figure: Matrice : Epoxy, Particules : Plomb $R = 198,5 \mu m$, $\phi_0 = 5\%$

- Différences entre les deux modèles, d'autant plus en basses fréquences
- Encourage une étude analytique plus poussée

Comparaison analytique avec Foldy

Comparaison avec Foldy en régime grande longueur d'onde (uniquement sur 2 modes)

$$\begin{cases} \frac{k_F^{L^2}}{k_L^2} = 1 - j \frac{3\phi_0}{k_L^3 R^3} (T_0^{LL} + 3T_1^{LL}), & \text{cas L} \\ \frac{k_F^{T^2}}{k_T^2} = 1 - j \frac{3\phi_0}{k_T^3 R^3} T_1^{TT}, & \text{cas T} \end{cases}$$

Composantes quadripolaires du Stresslet négligées car pas de mode $n = 2$

$$\begin{cases} \frac{k_H^L}{k_L^2} = 1 + \phi_0 \left[j k_L \frac{S_0^{LI} + S_0^{LL}}{V_p \rho_c \omega^2} - \frac{F_1^{LI} + F_1^{LL} + F_1^{LT}}{V_p \rho_c \omega^2} \left(1 - \frac{1}{\tilde{\rho}} \right) \right], & \text{cas L} \\ \frac{k_H^T}{k_T^2} = 1 - \phi_0 \frac{F_1^{TI} + F_1^{TL} + F_1^{TT}}{V_p \rho_c \omega^2} \left(1 - \frac{1}{\tilde{\rho}} \right), & \text{cas T} \end{cases}$$

Comparaison analytique

Onde effective longitudinale : étude en régime grande longueur d'onde longitudinale $k_L R \ll 1 \rightarrow$ Equivalence des deux modèles

$$\frac{k_F^2}{k_L^2} = \frac{k_H^2}{k_L^2} = 1 - \phi_0 [1 + (1 - \tilde{\rho}) t_p]$$

- $t_p = \frac{\hat{u}_d}{\hat{u}_c}$ le coefficient représentant les effets de translation des particules (Valier-Brasier 2015)
- $\tilde{\rho}$ le contraste de densité
 \rightarrow Déplacement de corps rigide des particules régit la propagation de l'onde cohérente à basse fréquence
- Le modèle Hydro (avec conversions) et Foldy (sans conversion) donnent le même résultat en basses fréquences !

Comparaison analytique

Onde effective transverse : étude en régime grande longueur d'onde transverse
 $k_T R \ll 1$ et $k_L R \ll 1$

$$\begin{cases} \frac{k_F^T{}^2}{k_T^2} = 1 - \phi_0 [3 - (2\tilde{\rho} + 1)t_p] \\ \frac{k_H^T{}^2}{k_T^2} = 1 - \frac{\phi_0}{2} [3 - (2\tilde{\rho} + 1)t_p] \end{cases}$$

- Différence des deux modèles d'un facteur $\times 2$ vient de la polarisation dans le calcul de la force d'interaction interphasique transverse
- Foldy applicable aux ondes transverses ?
- Onde transverse cohérente garde sa polarisation au cours de la propagation ?

Conclusion

Etude des termes de couplages introduit par le modèle Hydro

- Force : mode dipolaire gouverné par un déplacement de corps rigide en translation à basses fréquences
- Stresslet : mode monopolaire (dans le cas longitudinal) et quadripolaire gouverné par l'élasticité des particules

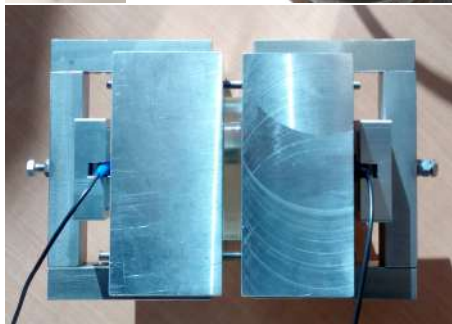
Etude des ondes cohérentes

- Termes de couplages influent la propagation des ondes cohérentes
- Modèle hydro en accord avec théorie de diffusion multiple dans le cas L mais pas dans le cas T

Perspectives théoriques

- Ajouter la contribution de la rotation des particules
- Monter d'un ordre en concentration de particule (QCA)
- Mesurer expérimentalement les ondes cohérentes transverses

Perspectives expérimentales



- Fabrication de métamatériaux
- Mesure d'ondes cohérentes transverses

