

# JAGUAR

## JumeAu numérique pour la Génération et le contrôle de champs acoUstiques et thermiques en vue de l'évaluAion non destructive multi-échelle et multi-physique de matéRiaux

Septembre 2022 – Septembre 2025

Présenté par :

Hugo Boué

Encadrement :

Anissa Meziane – I2M **APY**  
Emmanuelle Abisset-Chavanne – I2M **TREFLE**  
Marie-Marthe Groz – I2M **TREFLE**  
Audrey Giremus – IMS **GSI**

Procédés et techniques de contrôle non-destructif (CND) :

- Les examens visuels.
- Les méthodes électromagnétiques (les courants de Foucault...).
- Les méthodes acoustiques (ultrasons, émission acoustique..).
- Les méthodes thermiques (thermographie infrarouge...).
- Les méthodes ionisantes (radiographie, tomographie...).



Sonothermographie

Les champs d'application :



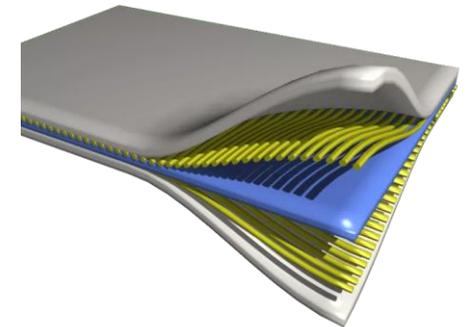
Aéronautique



Spatial



Métallurgie



Matériaux : composite, PVC, etc...

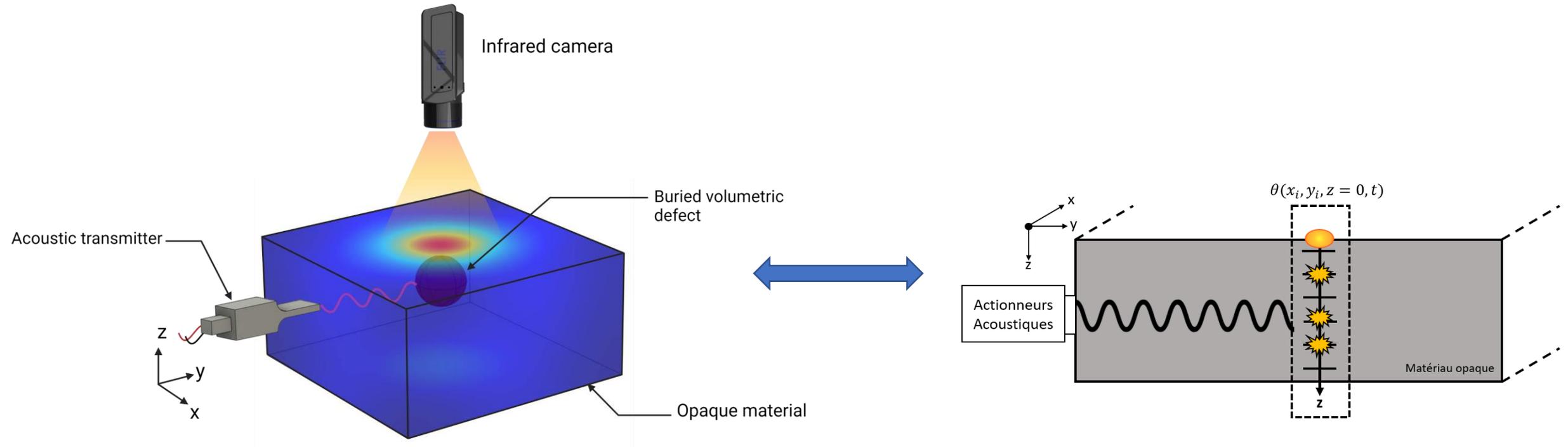


Figure 1 : Contrôle Non-Destructif (CND) par sonothermographie

**Problématique : à partir des champs résultants (thermiques et acoustiques) on souhaite retrouver les paramètres d'intérêt (défauts, propriétés matériaux...)**

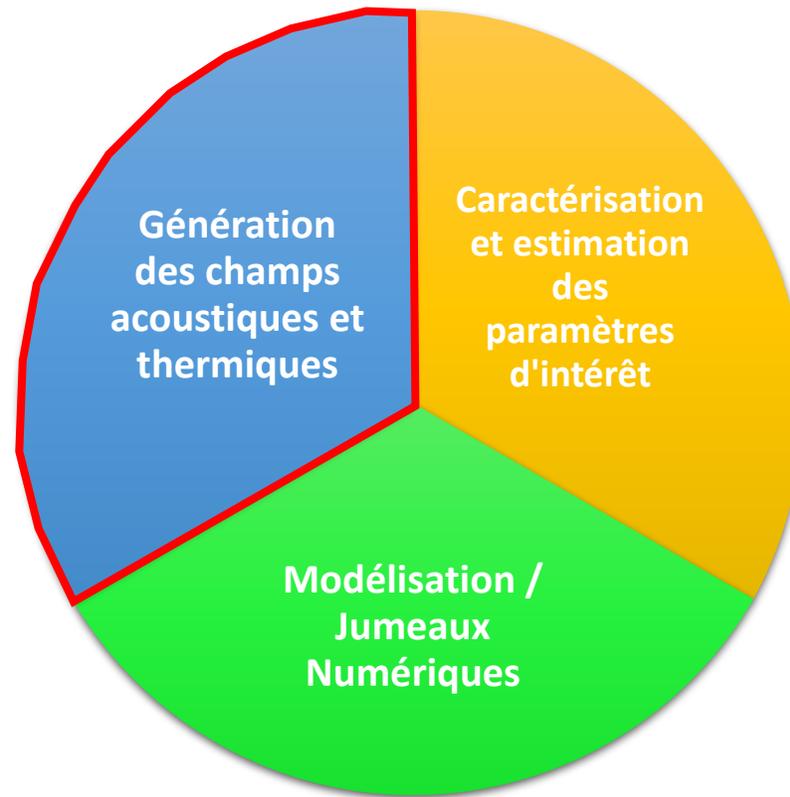
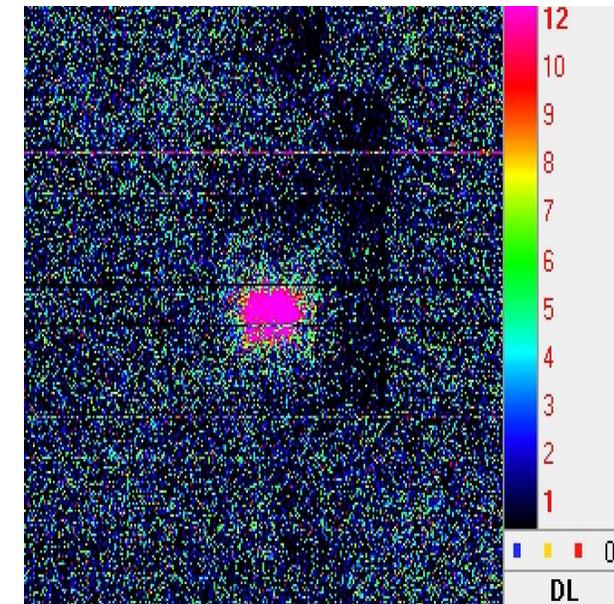
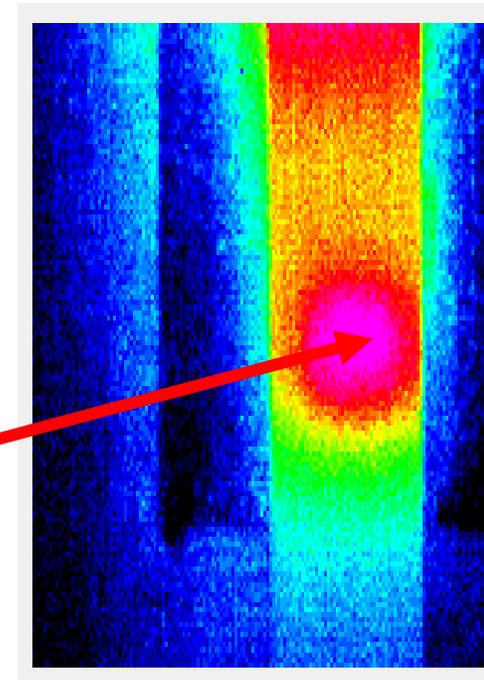


Figure 2 : Aspects majeurs du projet JAGUAR

Encadrement stages Adrien Arnaud (L2) 2022 et Félix Tourtoy (M1) 2023 :

- Génération **expérimentale** : sonothermographie sur un composite impacté (reprise setup de Thierry Kouadio)
- Génération champ thermique **numérique** → Compréhension des phénomènes de diffusion
- Optimisation du setup expérimental

Génération des  
champs  
acoustiques et  
thermiques



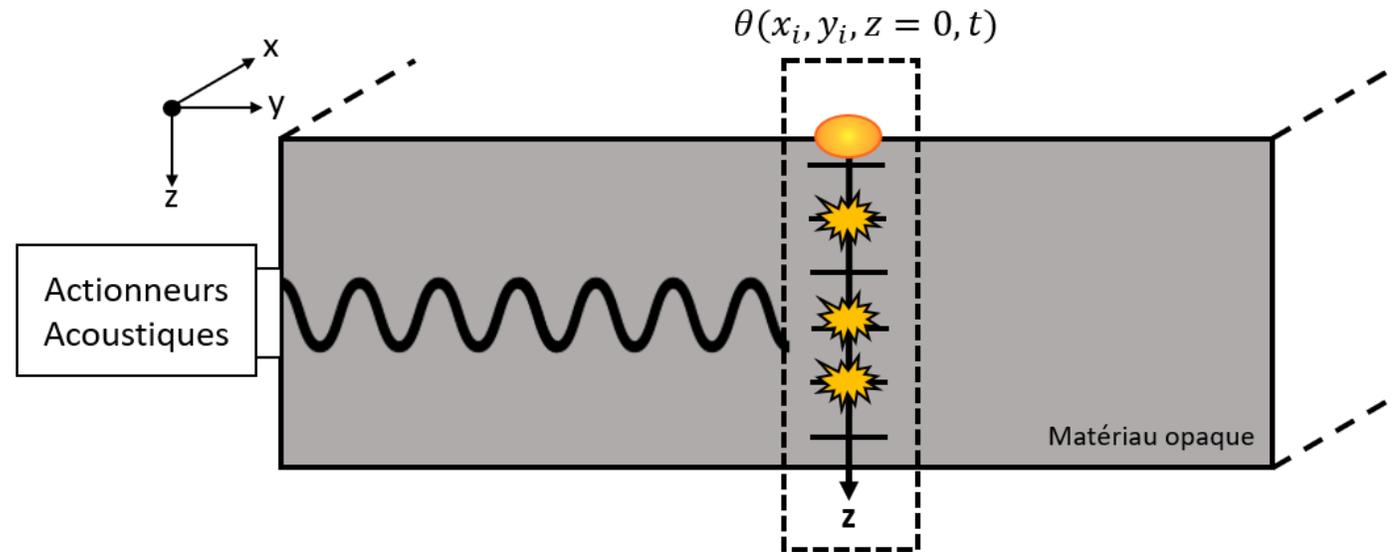


Figure 1 : Contrôle Non-Destructif (CND) par sonothermographie

**Problématique : à partir de la température de surface on souhaite reconstruire les sources thermiques (positions, géométries et intensités)**

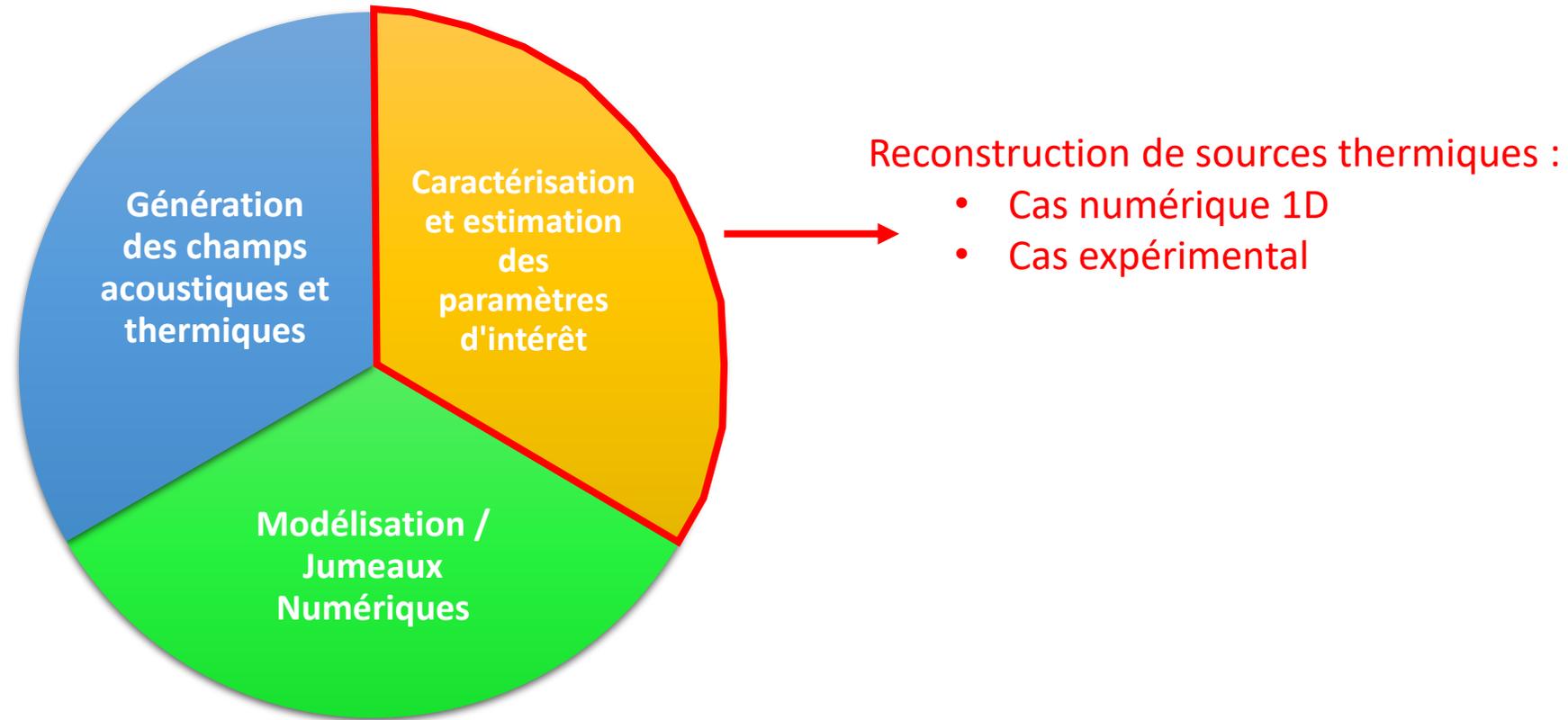


Figure 2 : Aspects majeurs du projet JAGUAR

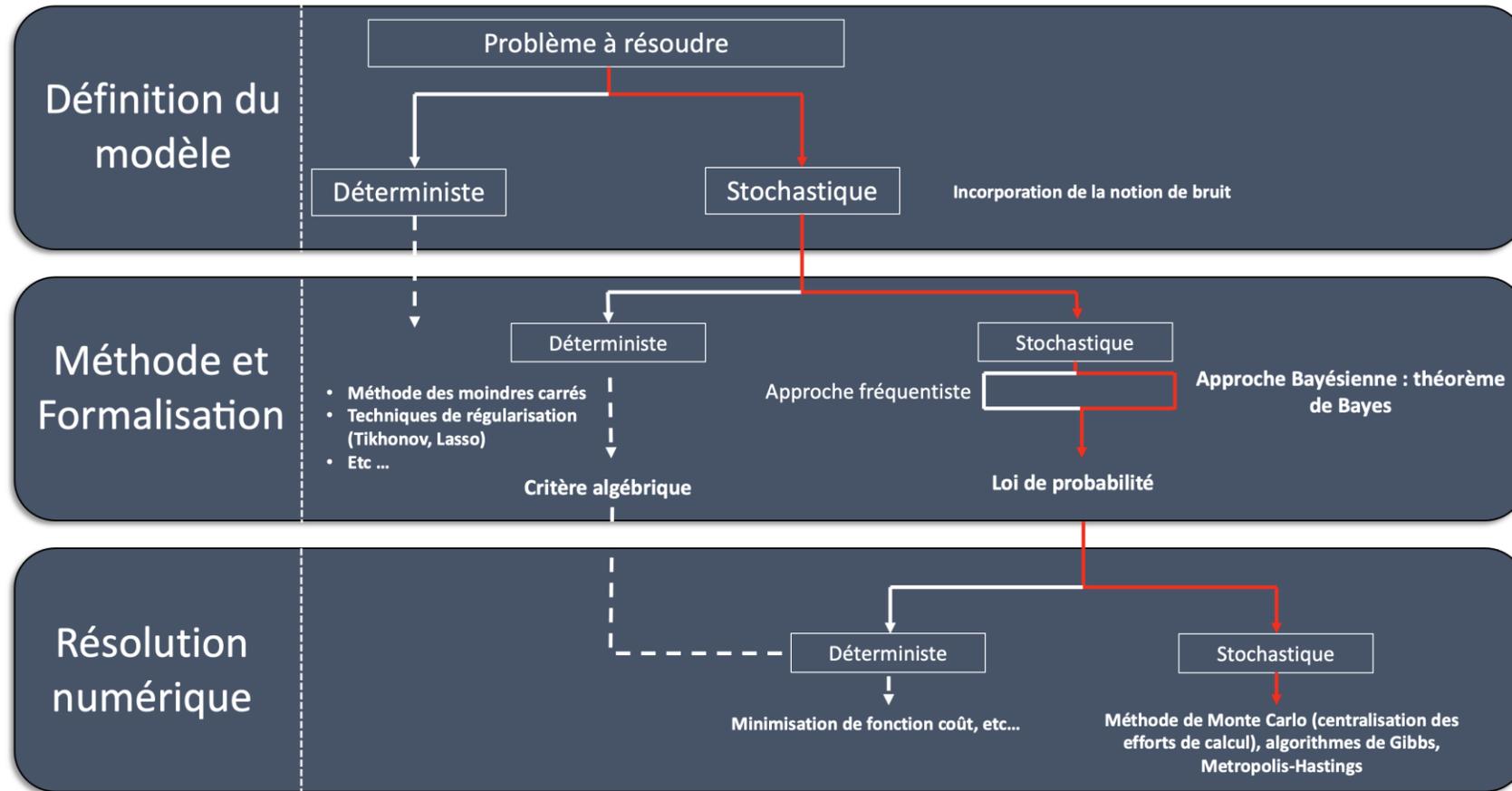


Figure 4 : carte mentale sous forme d'un arbre afin d'exprimer les différents niveaux de résolution d'un problème inverse

# Développer une nouvelle démarche de résolution stochastique : inférence bayésienne

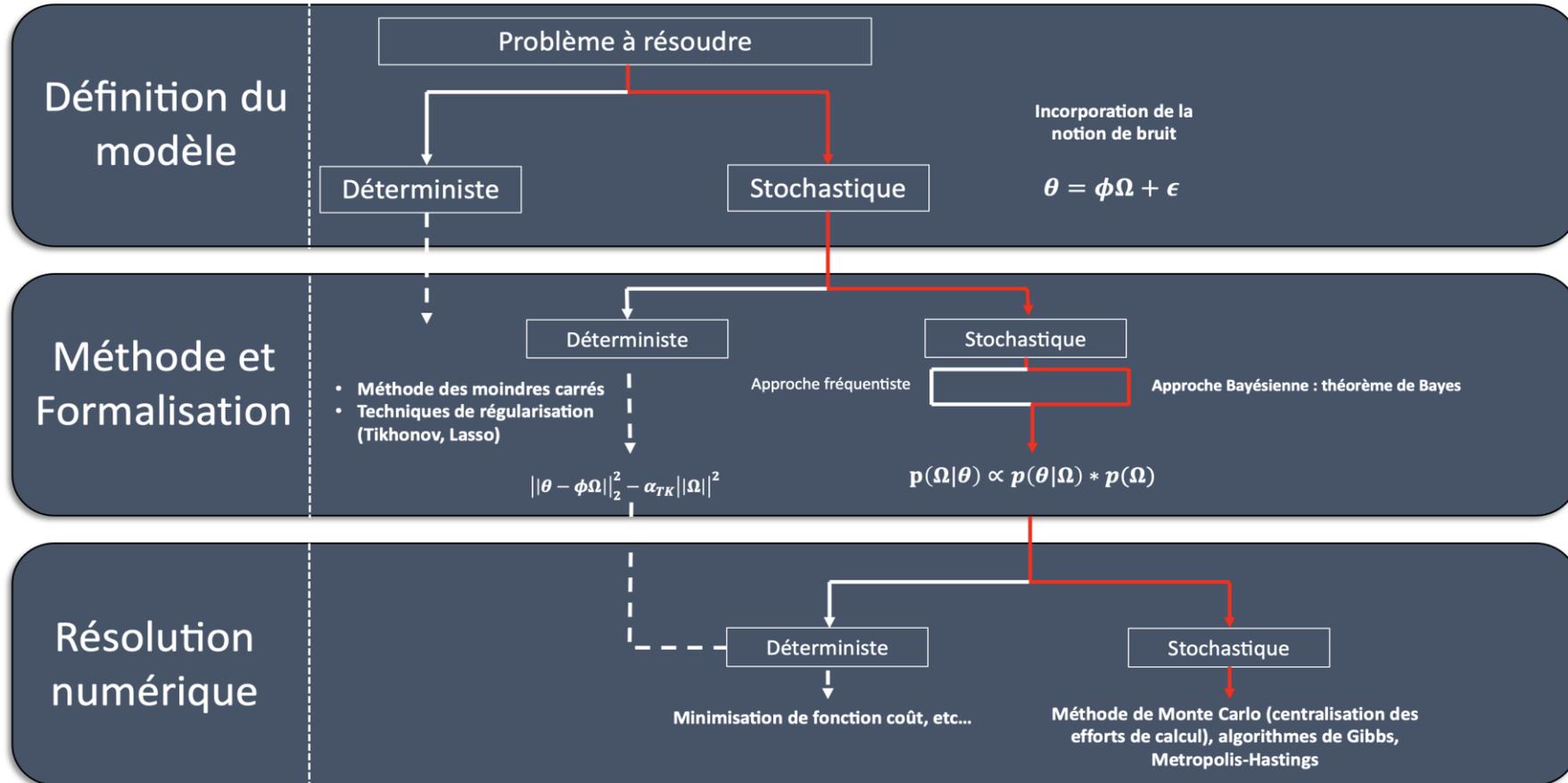
1. De la physique au numérique

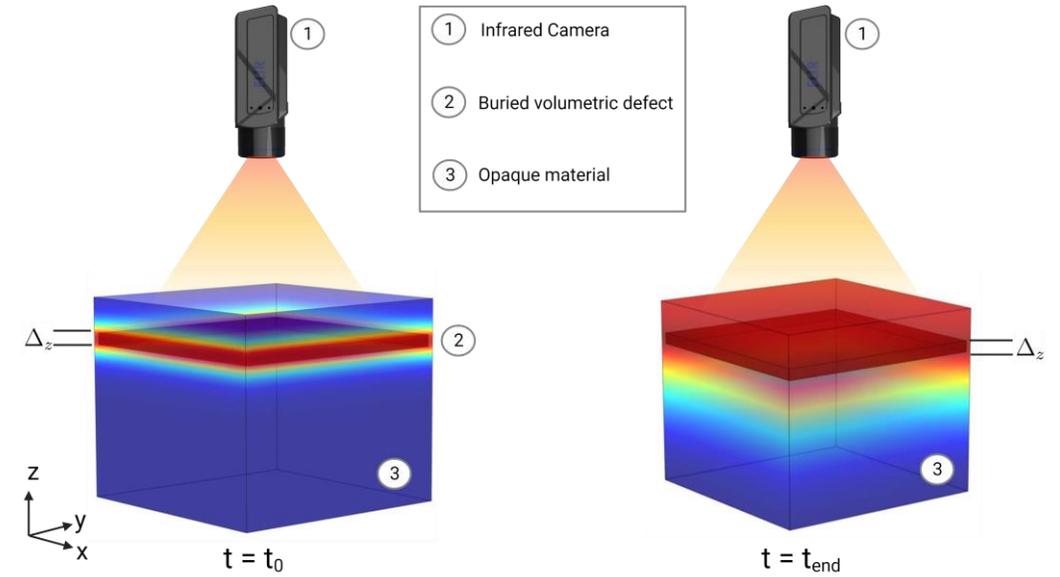
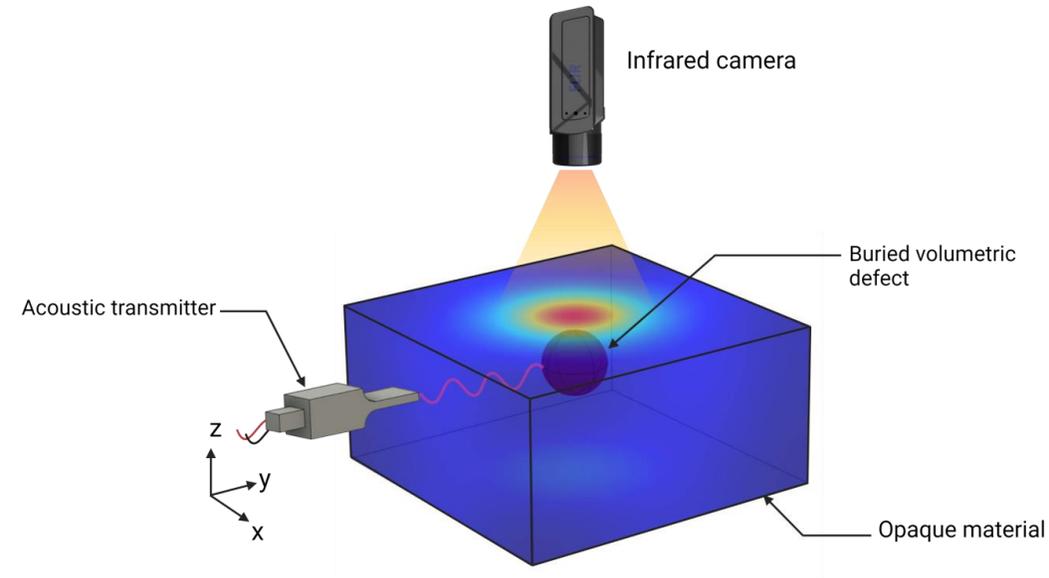
2. Fonctionnement de l'algorithme

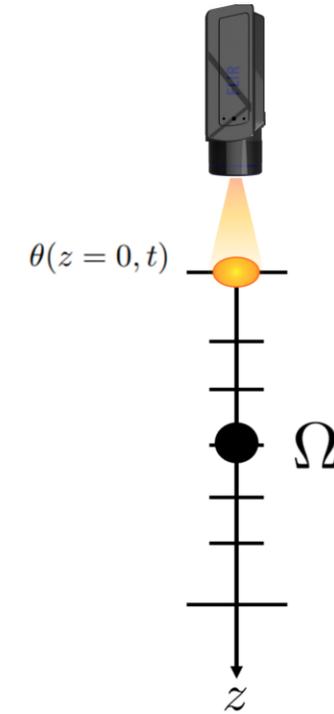
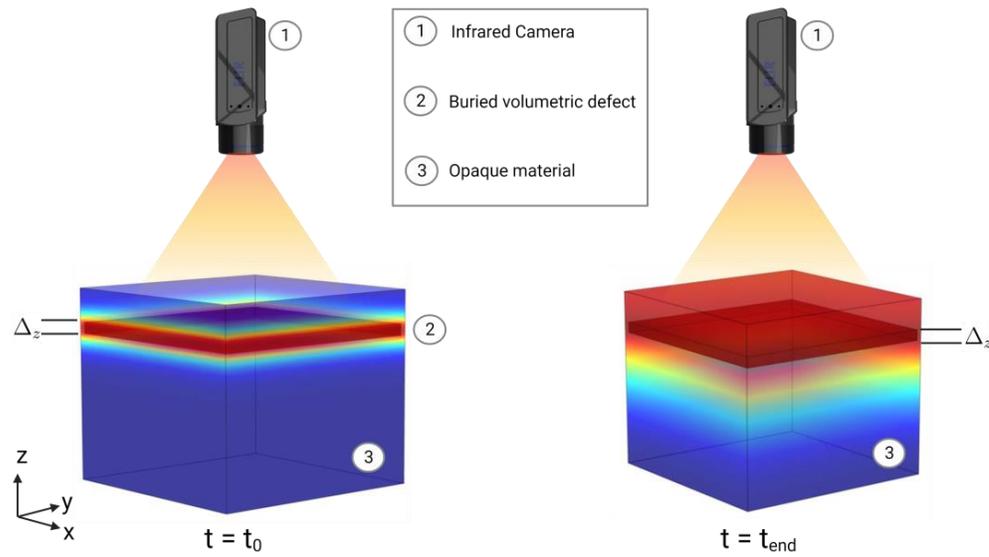
3. Reconstruction des sources par la nouvelle approche bayésienne

4. Conclusion : inversion bayésienne et perspectives

1. De la physique au numérique







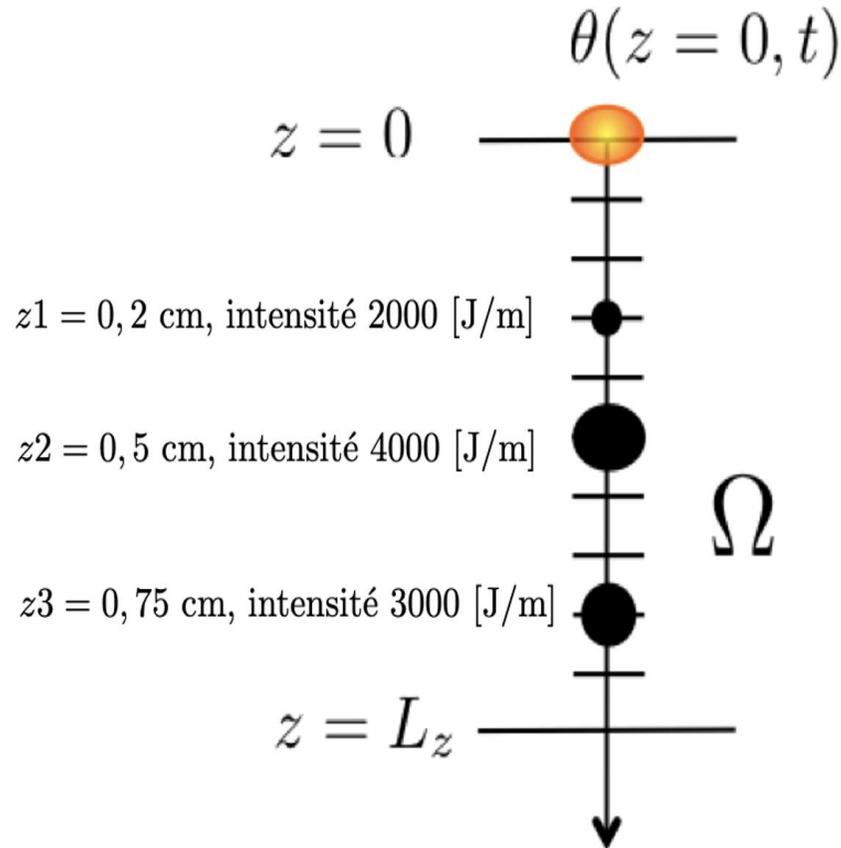


Figure 5 : Représentation du problème 1D

- Sources impulsionnelles localisées.
- Matériau : linéaire, homogène et isotrope (PVC).
- Modèle 1D semi-infini (suivant l'axe  $z$ ) [1] [2].
- Modèle direct (équation matricielle) [1] [2] :

$$\theta = \phi \cdot \Omega + \epsilon$$

- $\Omega$  : [vecteur] inconnue du problème;
- $\epsilon$  : [vecteur] l'erreur de mesure [°C];
- $\phi$  : [matrice] matrice du modèle d'observation ;
- $\theta$  : [vecteur] le champ de température [°C].

[1] Marie-Marthe Groz, 2019, Reconstruction 3D de sources de chaleur volumiques à partir des champs de température de surface mesurés par thermographie InfraRouge, Thèse de l'Université de Bordeaux  
 [2] Özisik et al., 1993, N. Heat conduct; on (John Wiley Sons; p.45, 46 et 197)

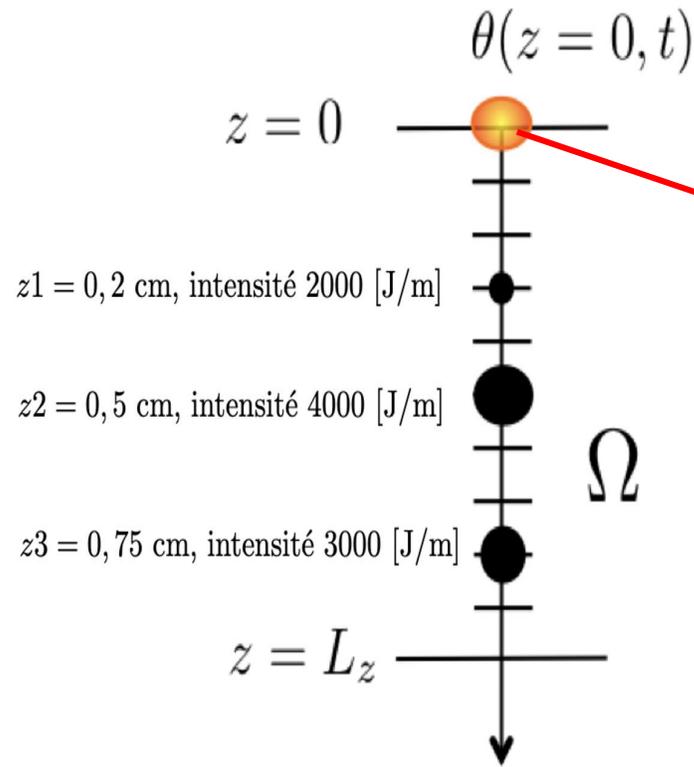


Figure 5 : Représentation du problème 1D

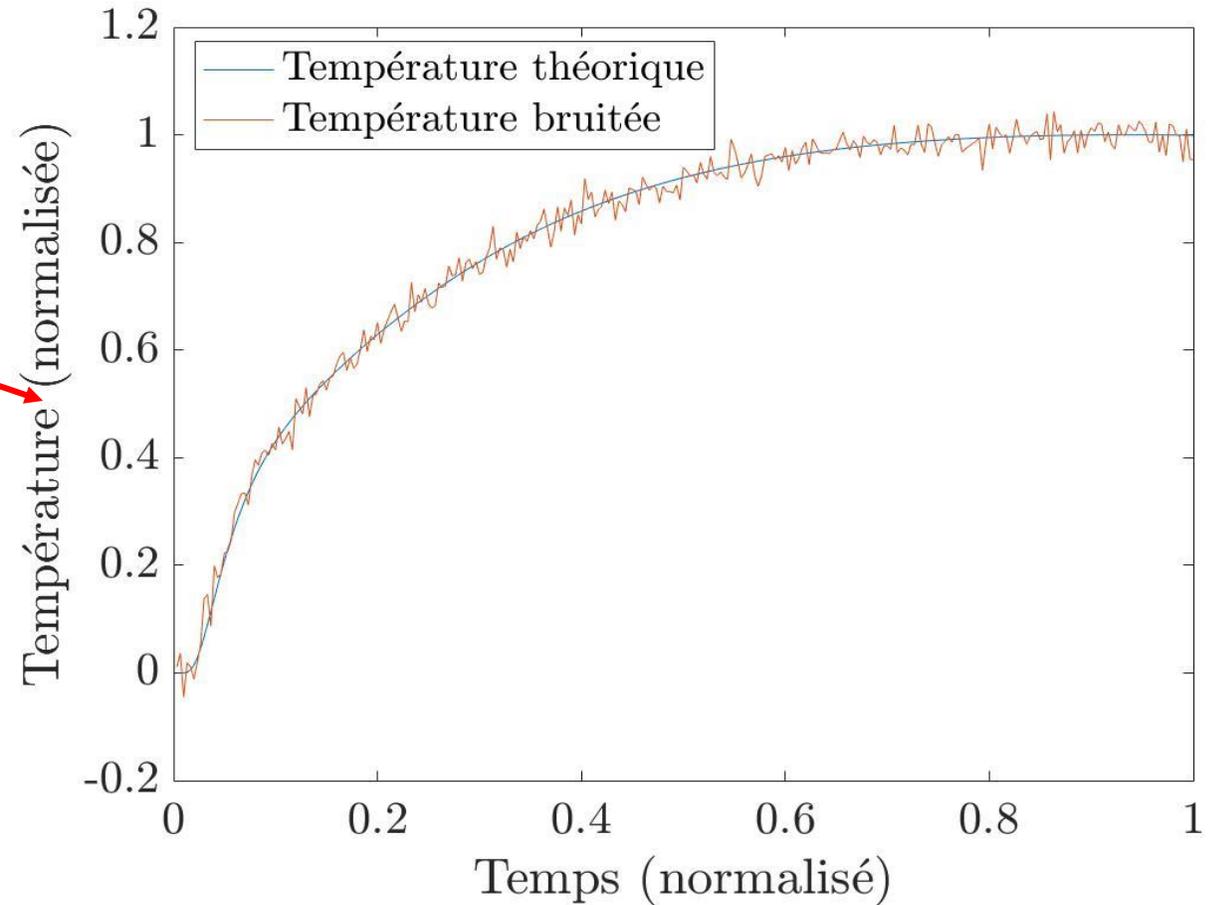
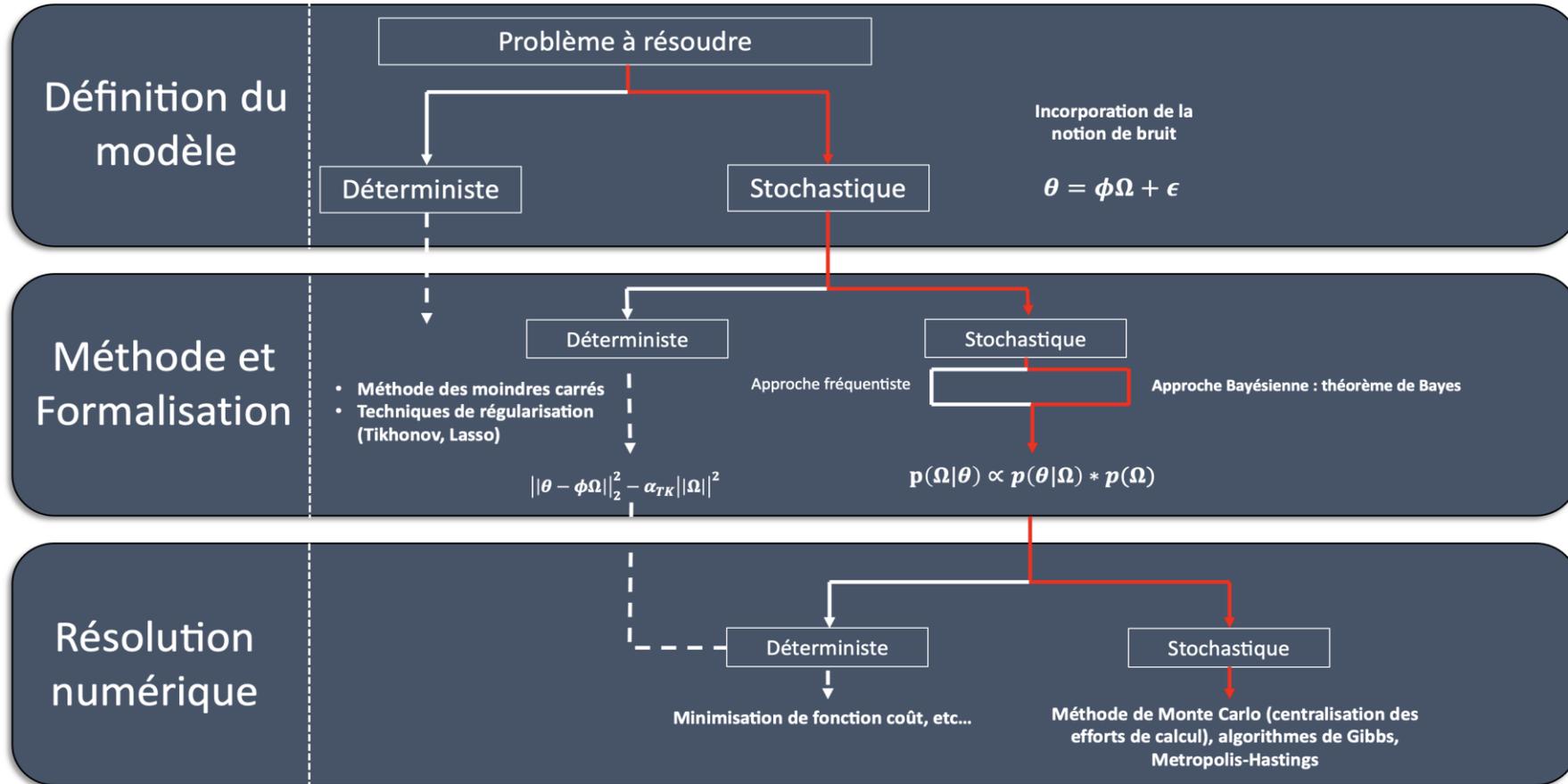


Figure 6 : Champ de température à la surface pour 3 sources thermiques dans l'épaisseur au temps court

## 2. Fonctionnement de l'algorithme



## Modèle inverse

$$\theta = \phi \cdot \Omega + \epsilon$$

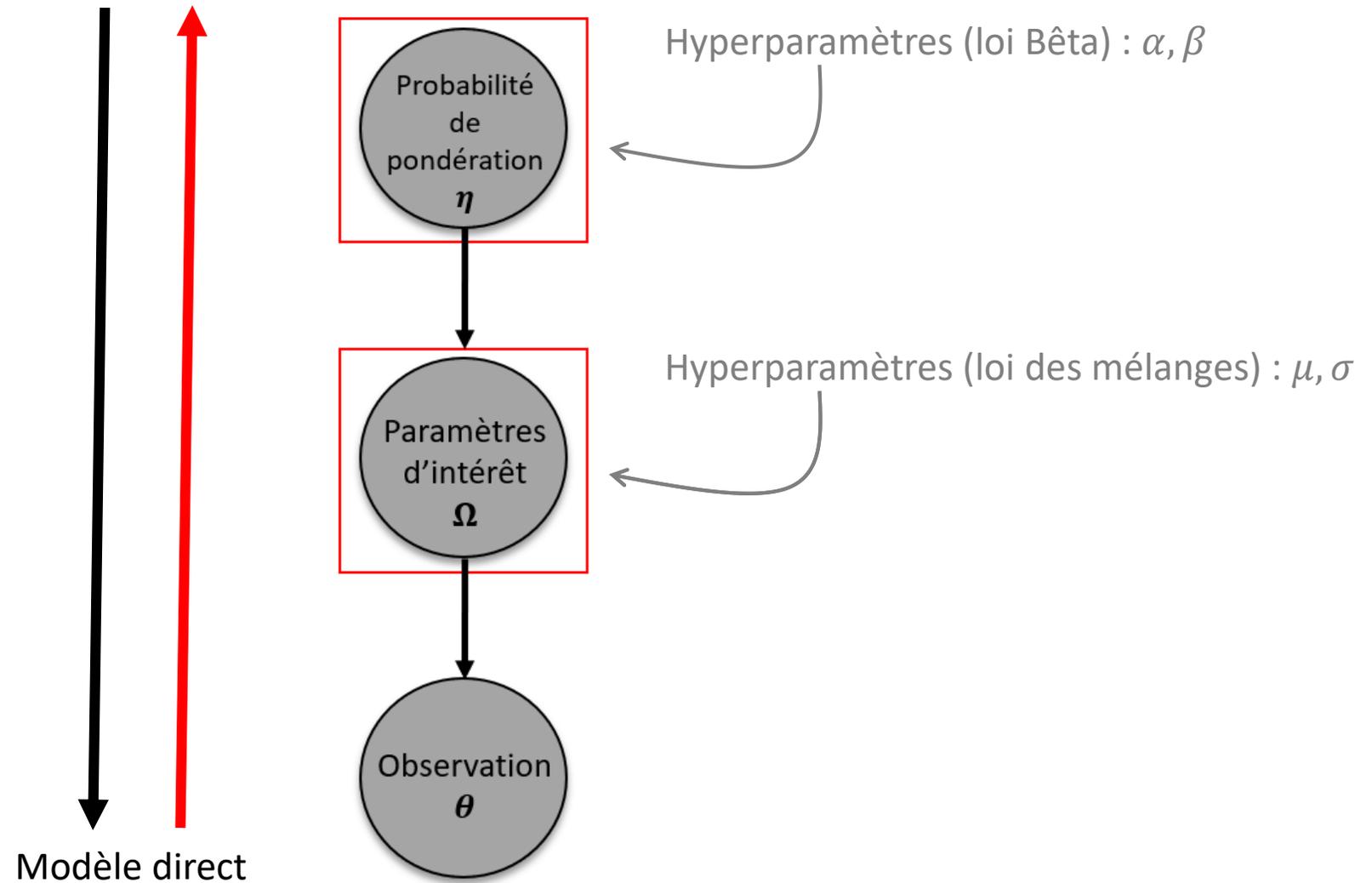


Figure 6 : Modèle hiérarchique bayésien

Théorème de Bayes [3] [4] [5] :

$$p(\Omega, \eta \mid \theta) \propto p(\theta \mid \Omega) \cdot p(\Omega, \eta)$$

- $p(\Omega \mid \theta)$ : la probabilité *a posteriori*.
- $p(\theta \mid \Omega)$ : la probabilité de vraisemblance → **incorporation du modèle**

$$p(\theta \mid \Omega) = \mathcal{N}(\phi\Omega, C_\varepsilon) = p_{\text{bruit}}(\theta - \phi\Omega) = \frac{(\det(C_\varepsilon^{-1}))^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{m}{2}}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(\theta - \phi\Omega)^T C_\varepsilon^{-1}(\theta - \phi\Omega)\right]$$

Avec :

$$C_\varepsilon = \sigma^2 I,$$

$\phi$  : matrice du modèle d'observation,

$$\underbrace{\theta}_{\text{Aléatoire}} = \underbrace{\phi \cdot \Omega}_{\text{Variables connues}} + \underbrace{\varepsilon}_{\text{Aléatoire}}$$

[3] Jérôme Idier, 2001, *Approche bayésienne pour les problèmes inverse*, Hermes, LAVOISIER

[4] Christian Robert, 1992, *L'analyse statistique Bayésienne*, Economica.

[5] Eric Parent, Jacques Bernier, 2007, *Le raisonnement bayésien Modélisation et inférence*, Springer, *Statistique et probabilités appliquées*.

Théorème de Bayes [3] [4] [5] :

$$p(\Omega, \eta | \theta) \propto p(\theta | \Omega) \cdot p(\Omega, \eta)$$

- $p(\Omega | \theta)$ : la probabilité *a posteriori*.
- $p(\theta | \Omega)$ : la probabilité de vraisemblance → **incorporation du modèle**

$$p(\theta | \Omega) = \mathcal{N}(\phi\Omega, C_\varepsilon) = p_{\text{bruit}}(\theta - \phi\Omega) = \frac{(\det(C_\varepsilon^{-1}))^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{m}{2}}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(\theta - \phi\Omega)^T C_\varepsilon^{-1}(\theta - \phi\Omega)\right]$$

- $p(\Omega, \eta)$ : la probabilité *a priori*,

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{X} \\ 0 \\ \mathbf{X} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{X} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$p(\Omega_i | \eta) = \underbrace{[\eta \cdot \delta(\Omega_i)]}_{\text{Absence de source}} + \underbrace{[(1 - \eta) \cdot \mathcal{N}(\Omega_i | \mu_i, \sigma_i)]}_{\text{Présence de source}}$$

$\eta$  : Probabilité de pondération signifiant la probabilité de ne pas avoir de sources

Théorème de Bayes [3] [4] [5] :

$$p(\Omega, \eta | \theta) \propto p(\theta | \Omega) \cdot p(\Omega, \eta)$$

- $p(\Omega, \eta)$  : la probabilité *a priori*,

$$p(\Omega | \eta) \cdot p(\eta)$$

$\eta \sim 0,3$

$\eta \sim 0,9$

$$p(\Omega ; \eta, \mu_i, \sigma_i) = \prod_{i=1}^{Nz} [\eta \cdot \delta(\Omega_i) + (1 - \eta) \cdot \mathcal{N}(\Omega_i | \mu_i, \sigma_i)]$$

$$p(\eta ; \alpha, \beta) = \mathcal{B}(\eta ; \alpha, \beta) = \frac{1}{\mathcal{B}(\alpha, \beta)} \eta^{\alpha-1} \cdot (1 - \eta)^{\beta-1} I_{[0,1]}(\eta)$$

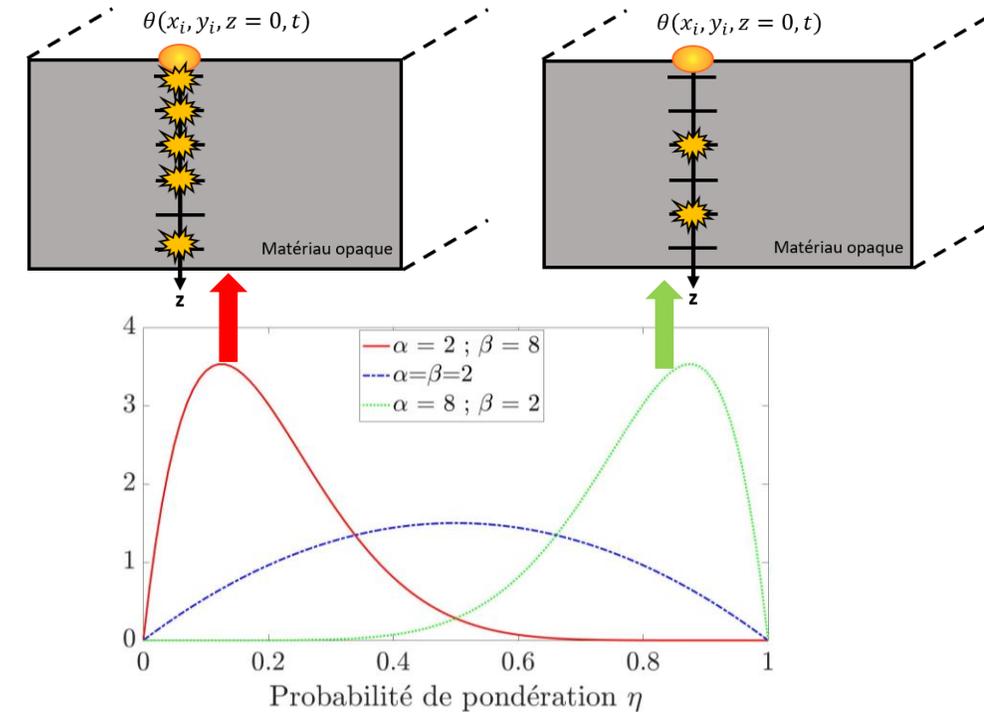


Figure 7 : Représentation de loi Bêta en fonction de divers paramètres

Probabilité  
de  
pondération  
 $\eta$ 
Hyperparamètres (loi Bêta) :  $\alpha, \beta$ 
 Paramètres  
d'intérêt  
 $\Omega$ 
Hyperparamètres (loi des mélanges) :  $\mu, \sigma$ 
 Observation  
 $\theta$ 

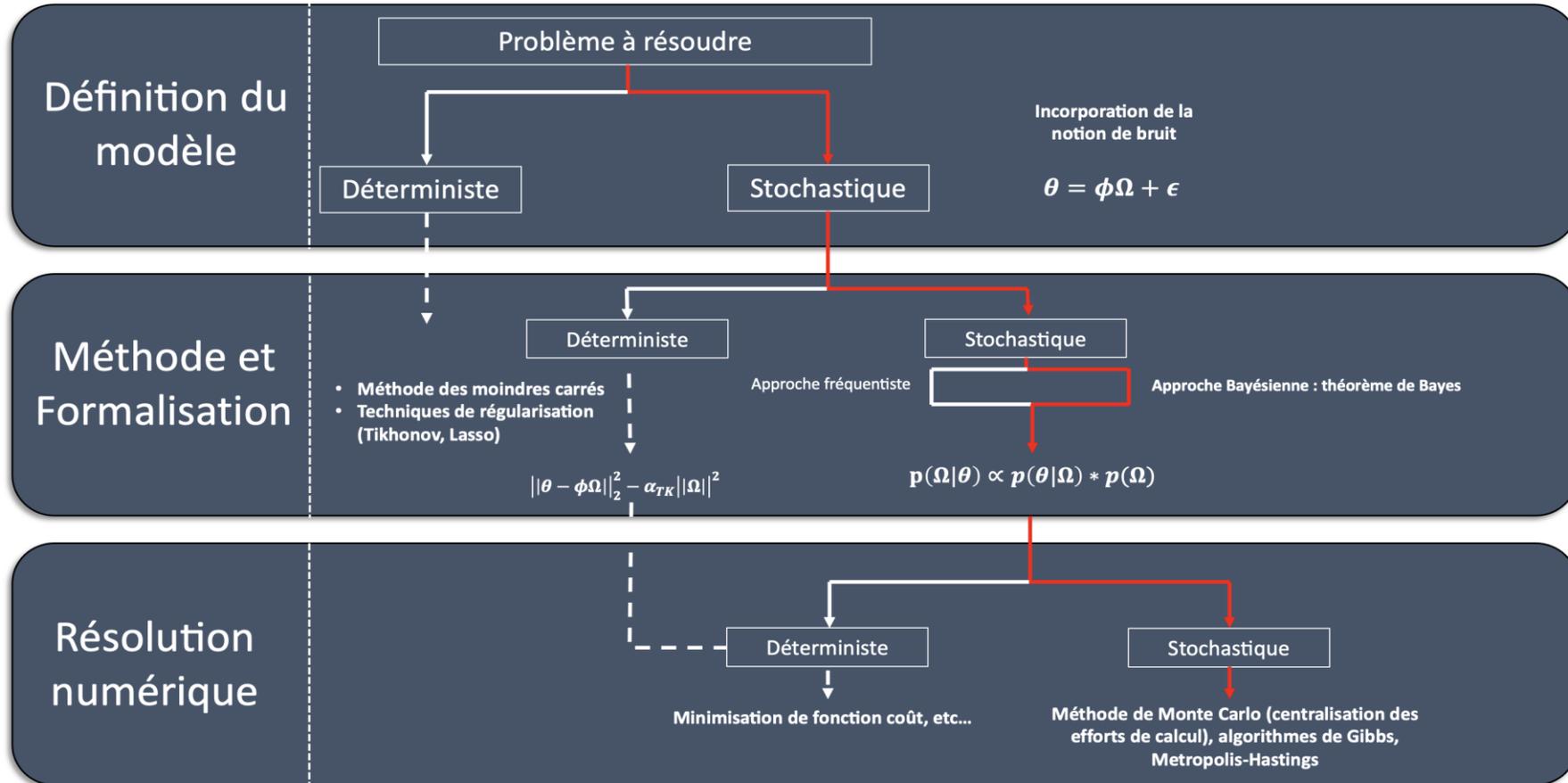
$$p(\Omega, \eta | \theta) \propto p(\theta | \Omega) \cdot p(\Omega | \eta) \cdot p(\eta)$$

 Probabilité *a posteriori* :  $p(\Omega | \theta)$ 

 Probabilité *a posteriori* :  $p(\eta | \theta)$ 

 Informations sur la position et l'intensité  
des sources

 Informations sur la densité de sources dans  
l'épaisseur



Algorithme de Monte Carlo Chaîne de Markov (MCMC) type Gibbs :

$$\Omega^{initial} = \begin{pmatrix} \Omega_1^0 \\ \Omega_2^0 \\ \Omega_3^0 \\ \dots \\ \Omega_i^0 \\ \dots \\ \Omega_{Nz-1}^0 \\ \Omega_{Nz}^0 \end{pmatrix}$$

$$\Omega^{total} = \begin{pmatrix} \Omega^{initial} \\ \eta = \mathcal{B}(\alpha, \beta) \end{pmatrix}$$

$$p(\Omega_i | \Omega_{[-i]}, \theta, \eta) \propto \eta_D \cdot \delta(\Omega_i) + \eta_N \cdot \mathcal{N}(\Omega_i | \mu_N, \sigma_N^2)$$

$$p(\eta | \theta, \Omega, \alpha, \beta) = \mathcal{B}(\eta; \alpha', \beta')$$

*end* → Nombre d'itérations de l'algorithme

Nombre d'itérations : 1 000 000

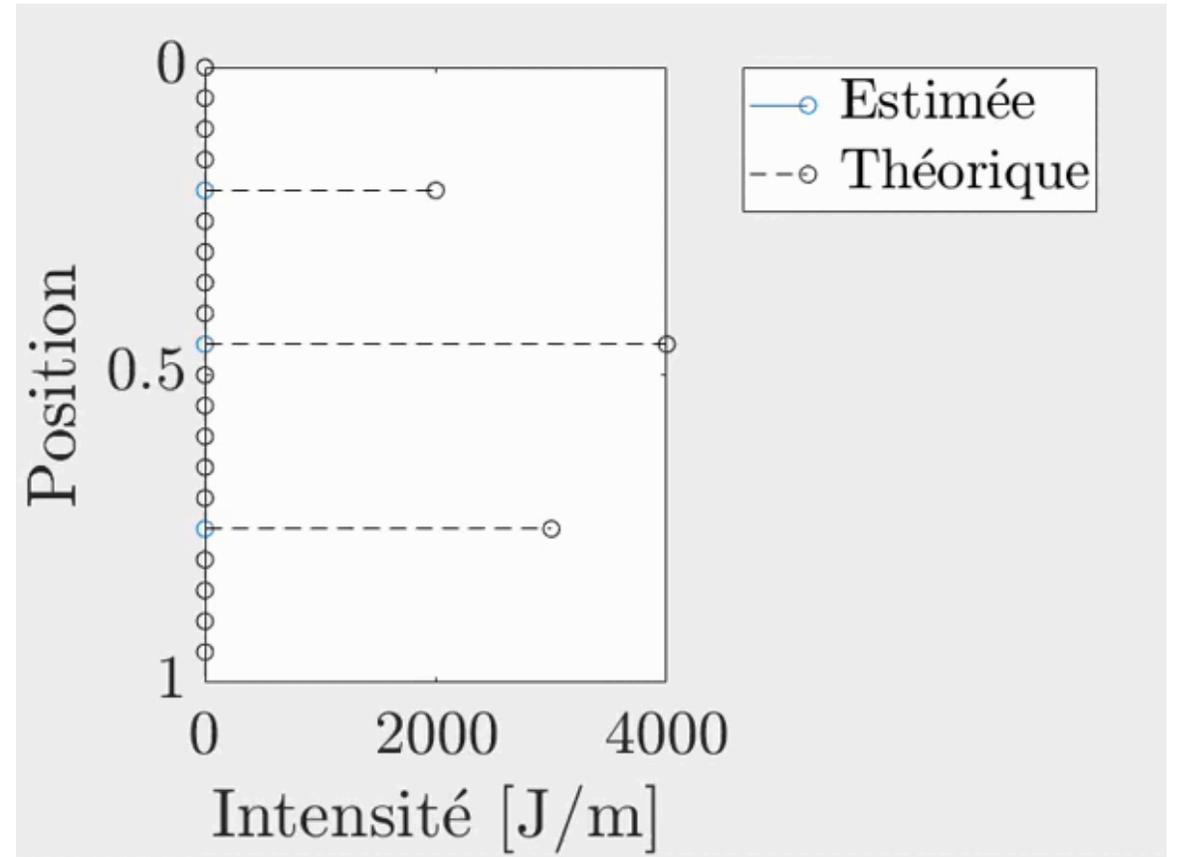
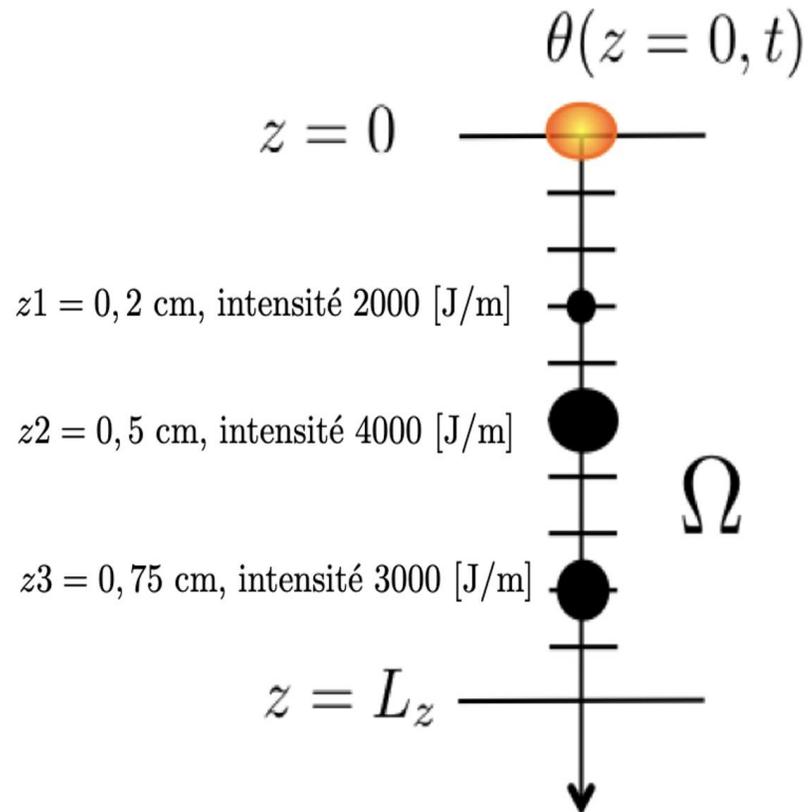


Figure 8 : Quelques solutions estimées par l'algorithme

Algorithme de Monte Carlo Chaîne de Markov (MCMC) type Gibbs :

Nombre d'itérations : 1 000 000

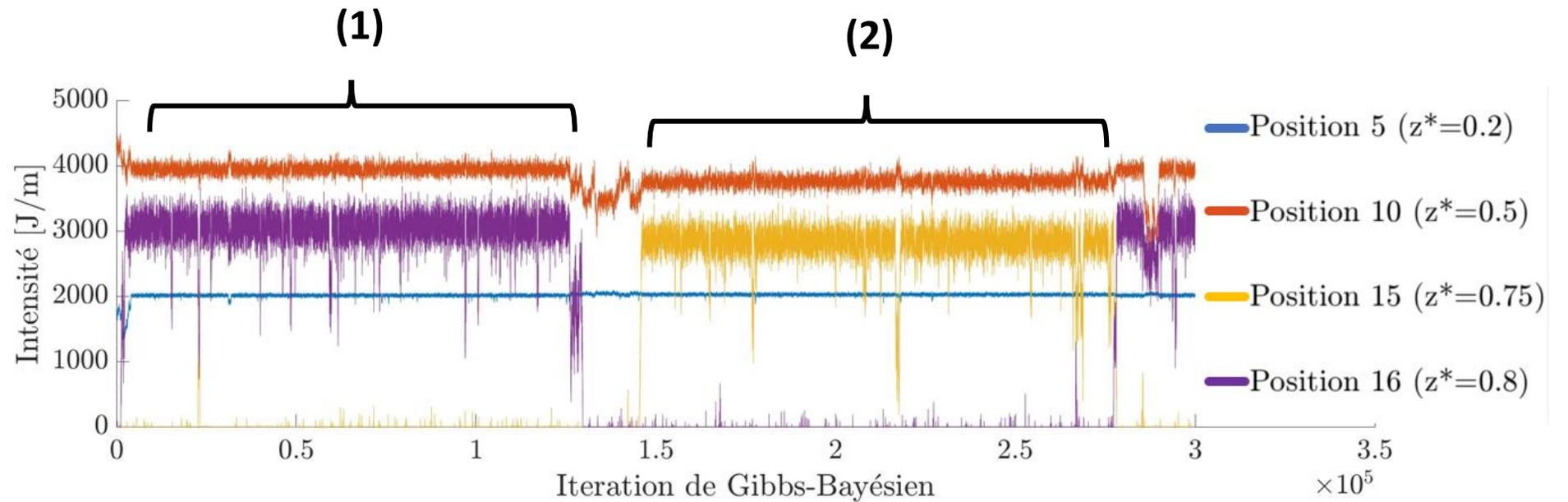
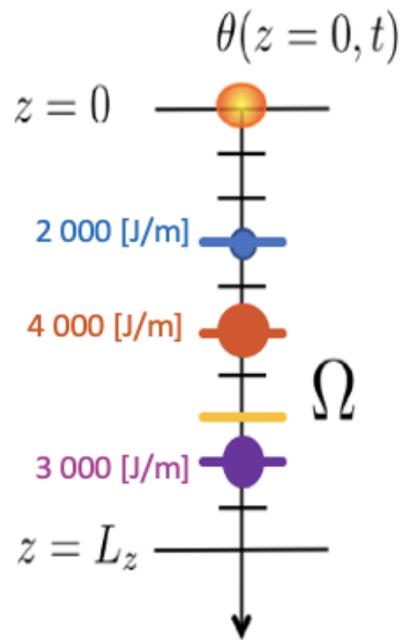
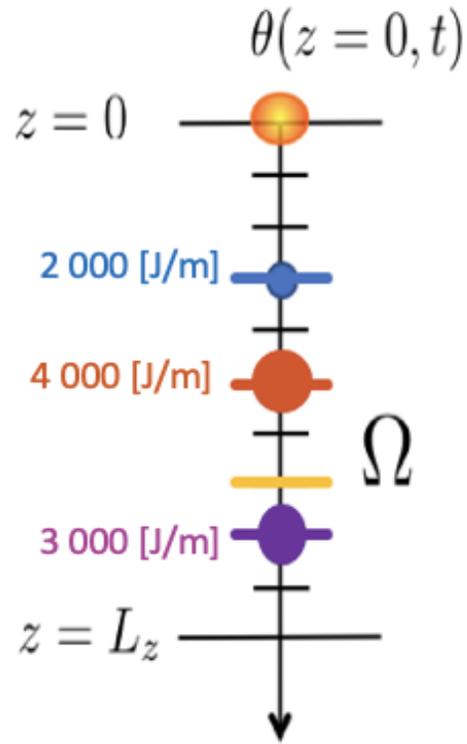
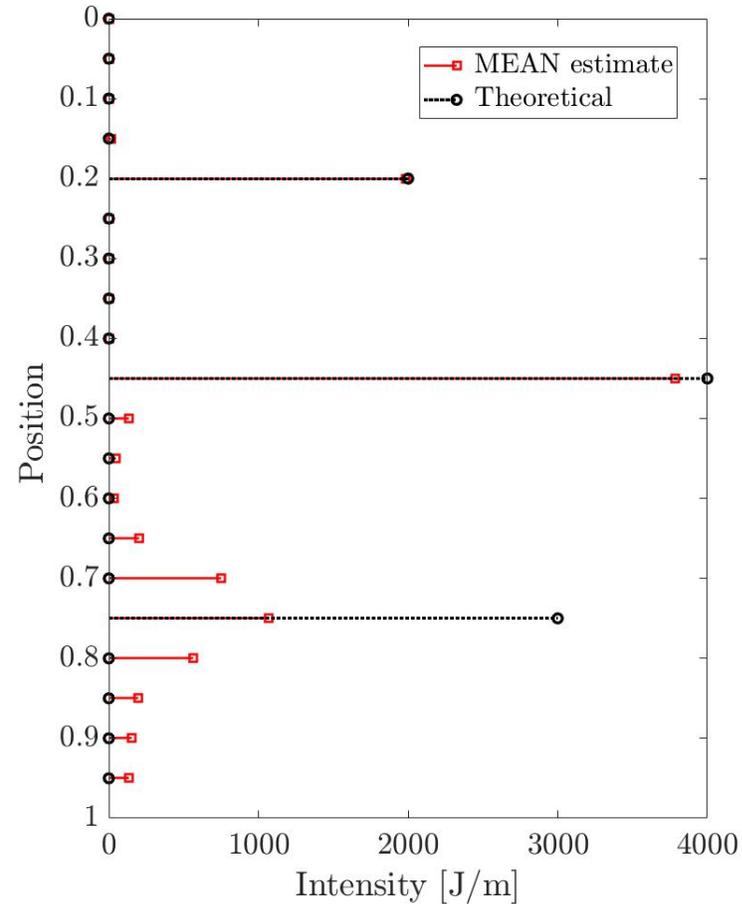


Figure 9 : Historique des solutions proposées par l'algorithme pour plusieurs itérations

3. Reconstruction des sources par la nouvelle approche bayésienne



$$\Omega_{MEAN} = \mathbb{E}[\Omega | \theta]$$



$$\Omega_{MAP} = \underset{\Omega \in \mathbb{R}^{N_z}}{\operatorname{argmax}} p(\Omega | \theta)$$

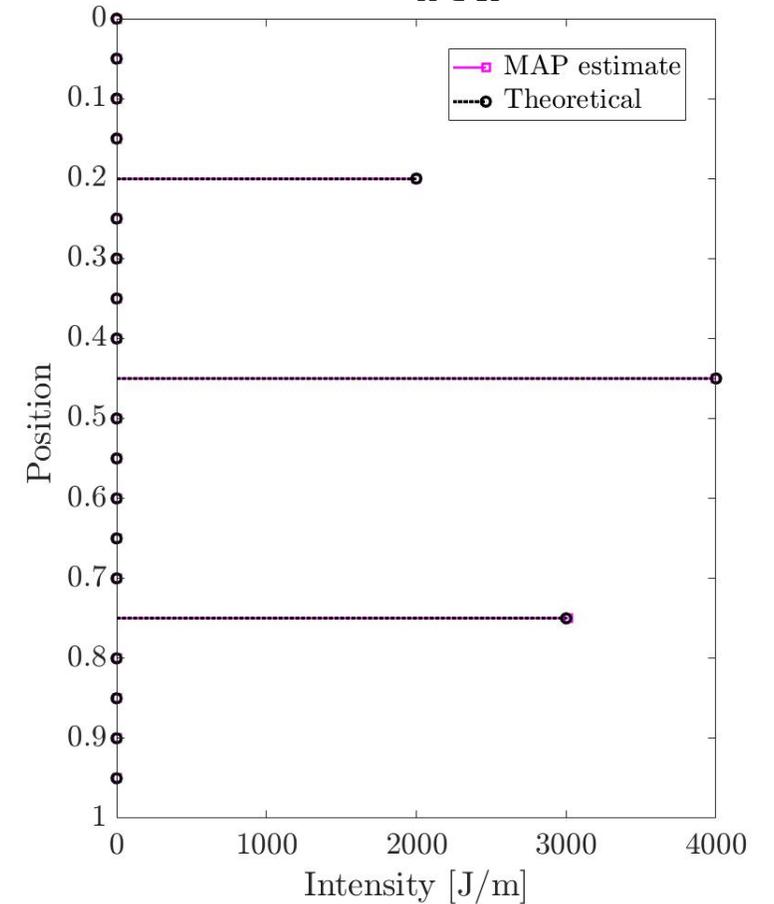


Figure 10 : Reconstruction des sources thermiques selon l'estimateur MEAN et MAP

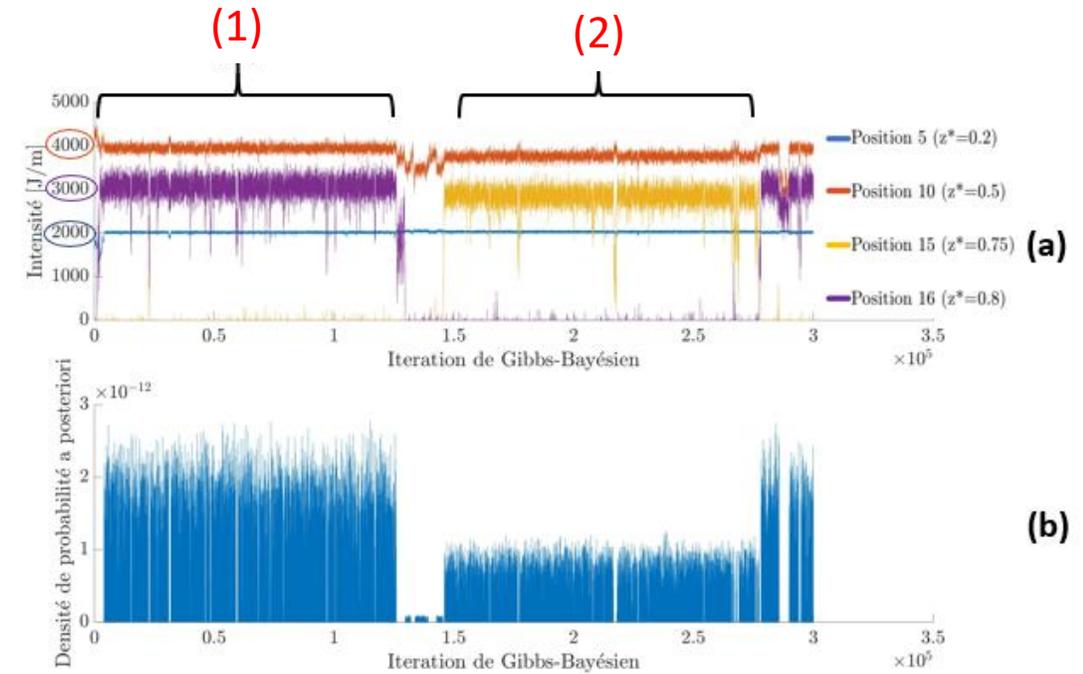
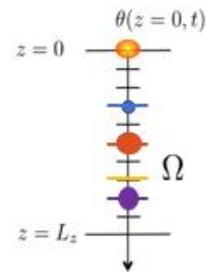
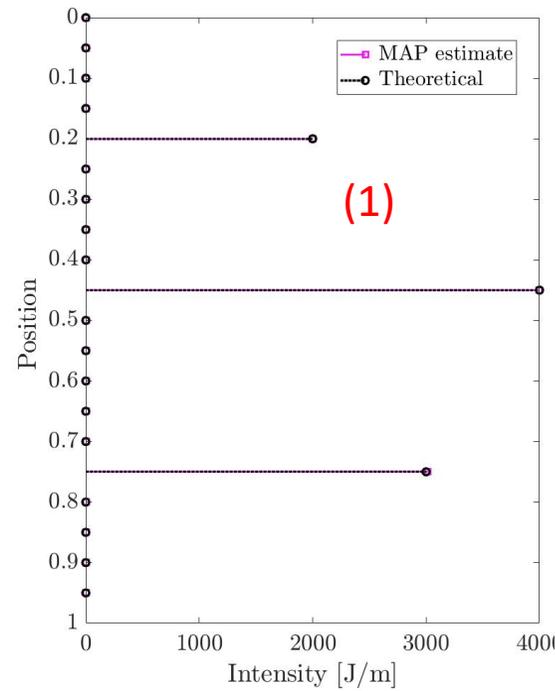
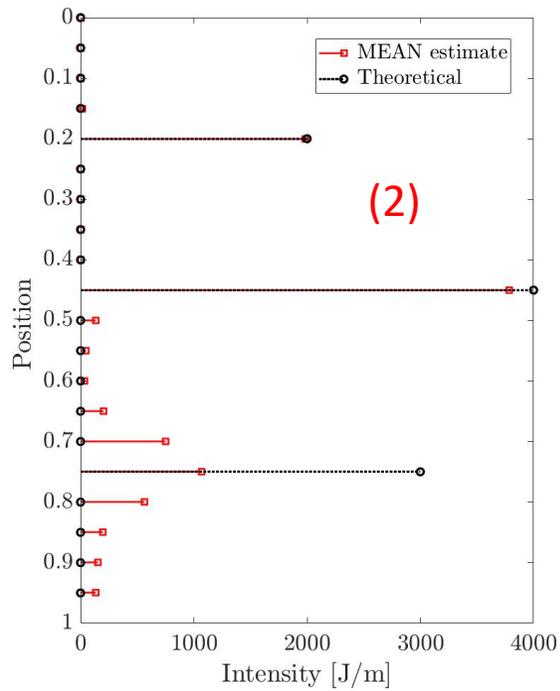


Figure 11 : (a) Historique des solutions proposées par l'algorithme pour quelques itérations et (b) la loi a posteriori de chaque solution

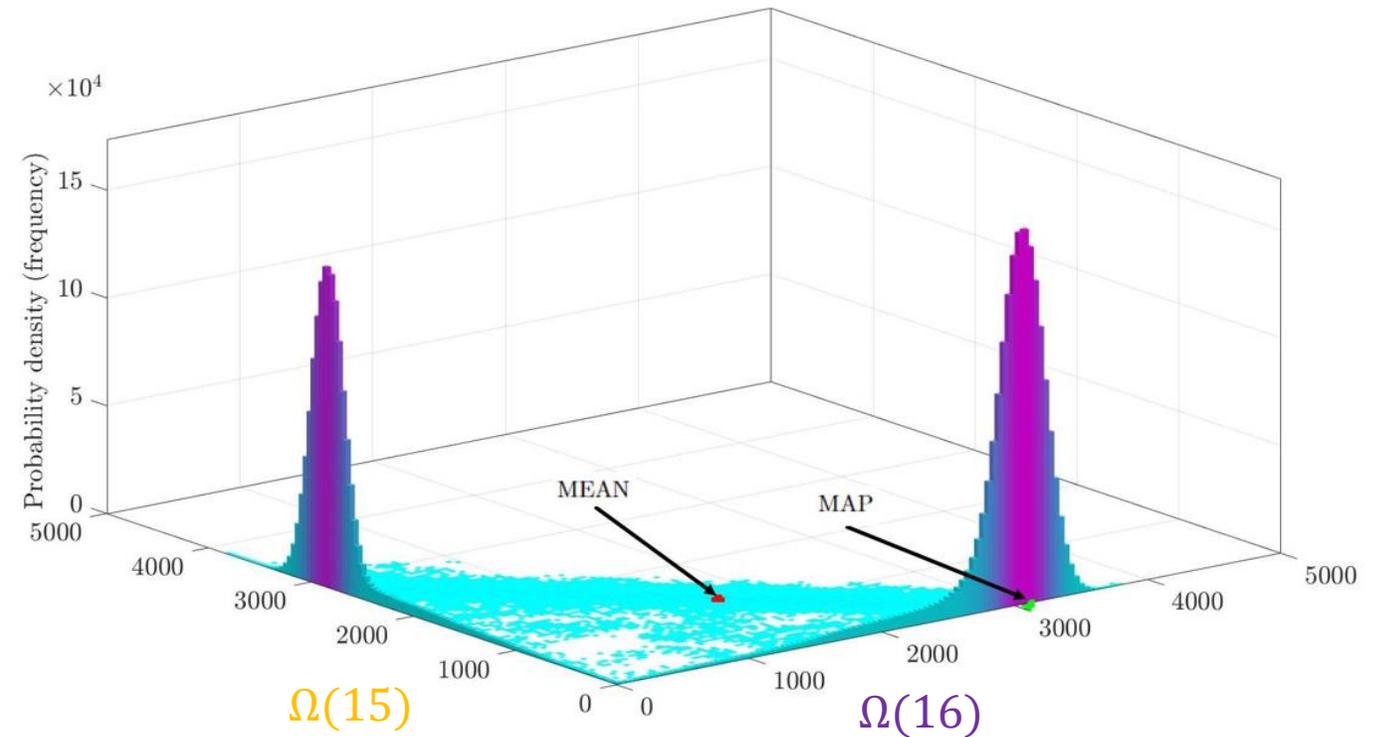
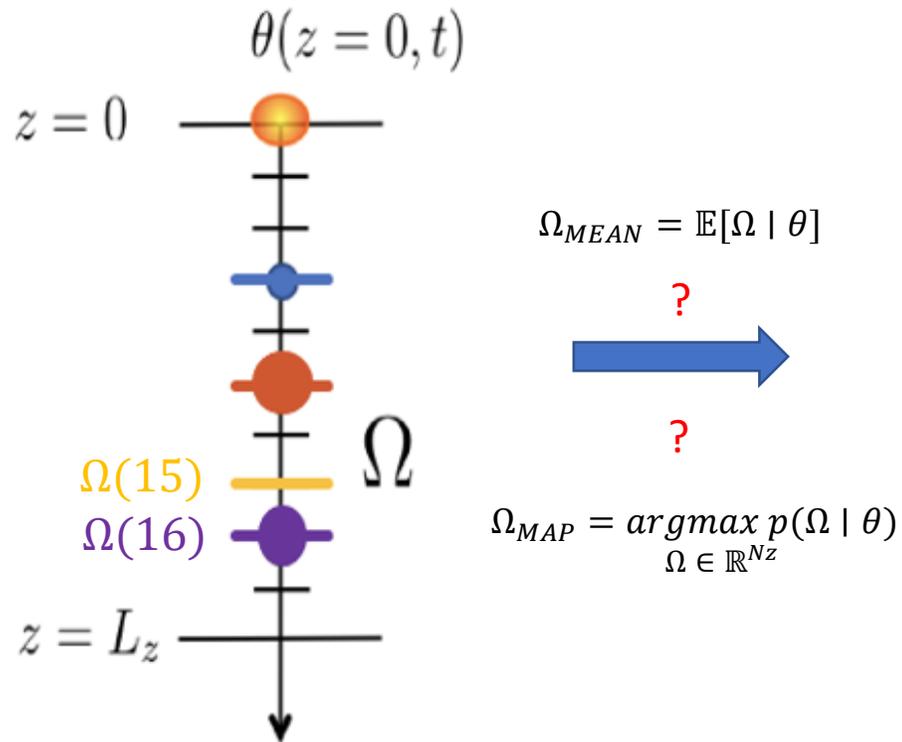


Figure 12 : Loi conditionnelle du couple  $[\Omega(15), \Omega(16)]$  sachant que la dernière source ne correspond à aucune autre position

# 4. Conclusion : inversion bayésienne et perspectives

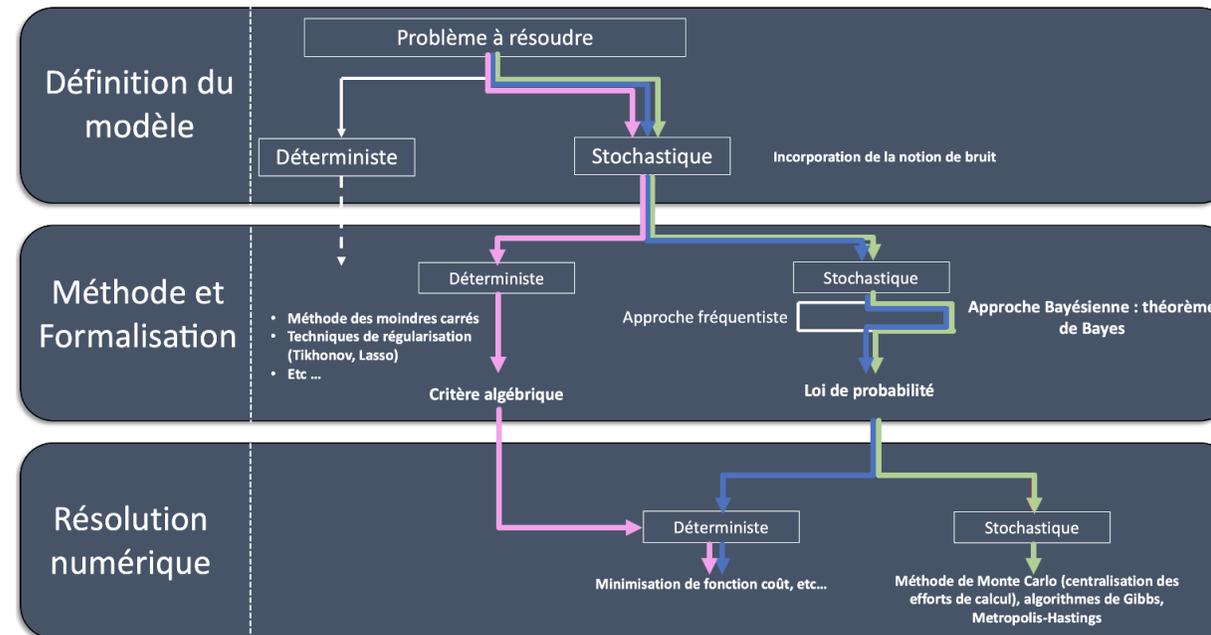
### Axes d'amélioration de la méthode :

- Critère d'arrêt,
- Prise en compte de sources étendues
- Reconstruction via une inversion 3D
- Etc...

### Axes d'amélioration du modèle numérique :

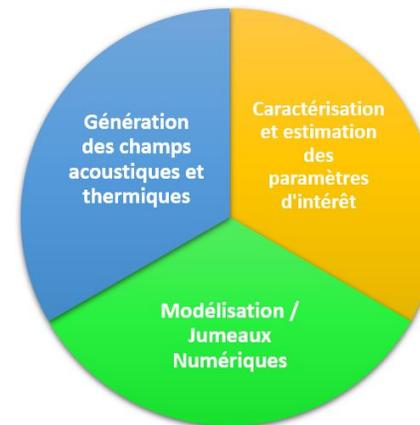
- Modèle thermique plus représentatif de la réalité
- Passage d'un modèle 1D vers 3D
- Etc...

|                                  | Méthodes déterministes | Première approche Bayésienne<br>(Marie-Marthe Groz) | Nouvelle approche Bayésienne |
|----------------------------------|------------------------|---|------------------------------|
| Robustesse au bruit              | -                      | +   | +                            |
| Reconstruction sources profondes | -                      | +   | +                            |
| Intensité des sources            | -                      | N.A   | +                            |



## Poursuite pour l'année 2023 :

- Soumission d'un article sur la méthode bayésienne (*en cours*)
- **Tester la robustesse de la méthode sur des données expérimentales**
- Passage 1D -> 3D
  - Evolution/optimisation modèle
  - Partie acoustique: phénomène de résonance ? Focalisation acoustique ?
  - Inversion 3D
  - Apprentissage pour faire du « flying spot acoustique/thermique » ?



# JJCAP (Journées des Jeunes Chercheurs en Acoustique Physiques)

26-27 octobre 2023 à Bordeaux

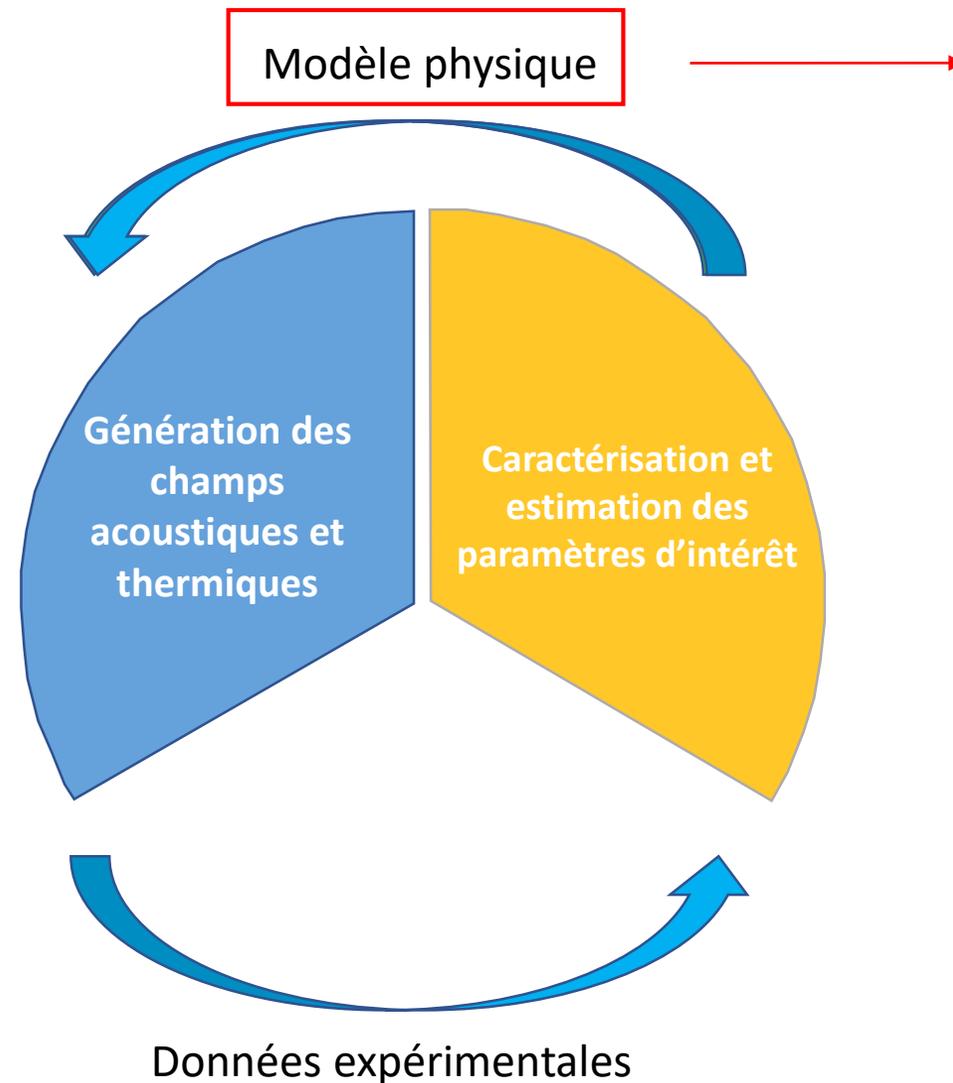
Pour les doctorants et Post-Doctorants

## Thématiques :

- Acoustique Physiques (métamatériau, CND, opto-acoustique)
- Acoustique Sous-Marine
- *Toutes les longueurs d'ondes et fréquences*
- *Etc...*

# Merci au GDR de MecaWave !!

# Annexes



Modèle 1D analytique (sans les pertes et les effets de bord)

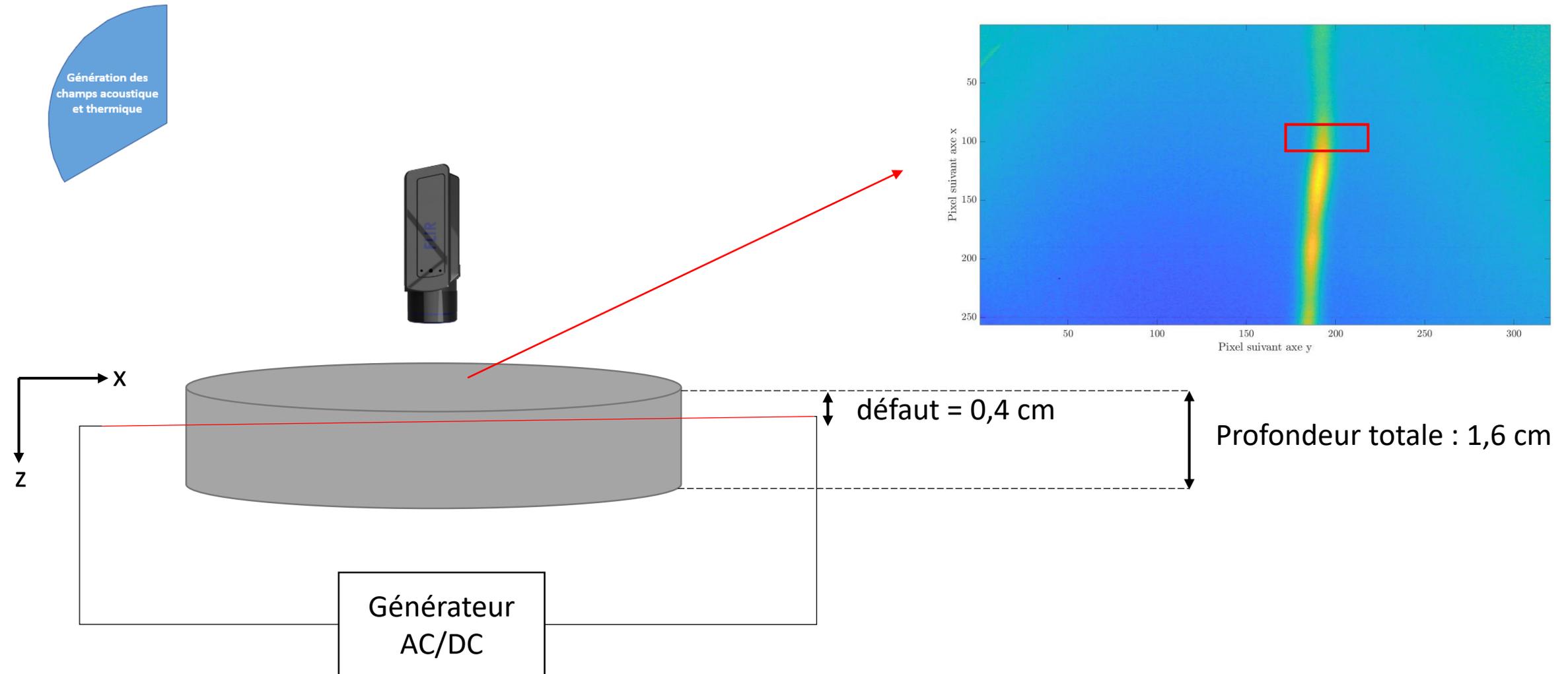
Modèle 2D/3D :

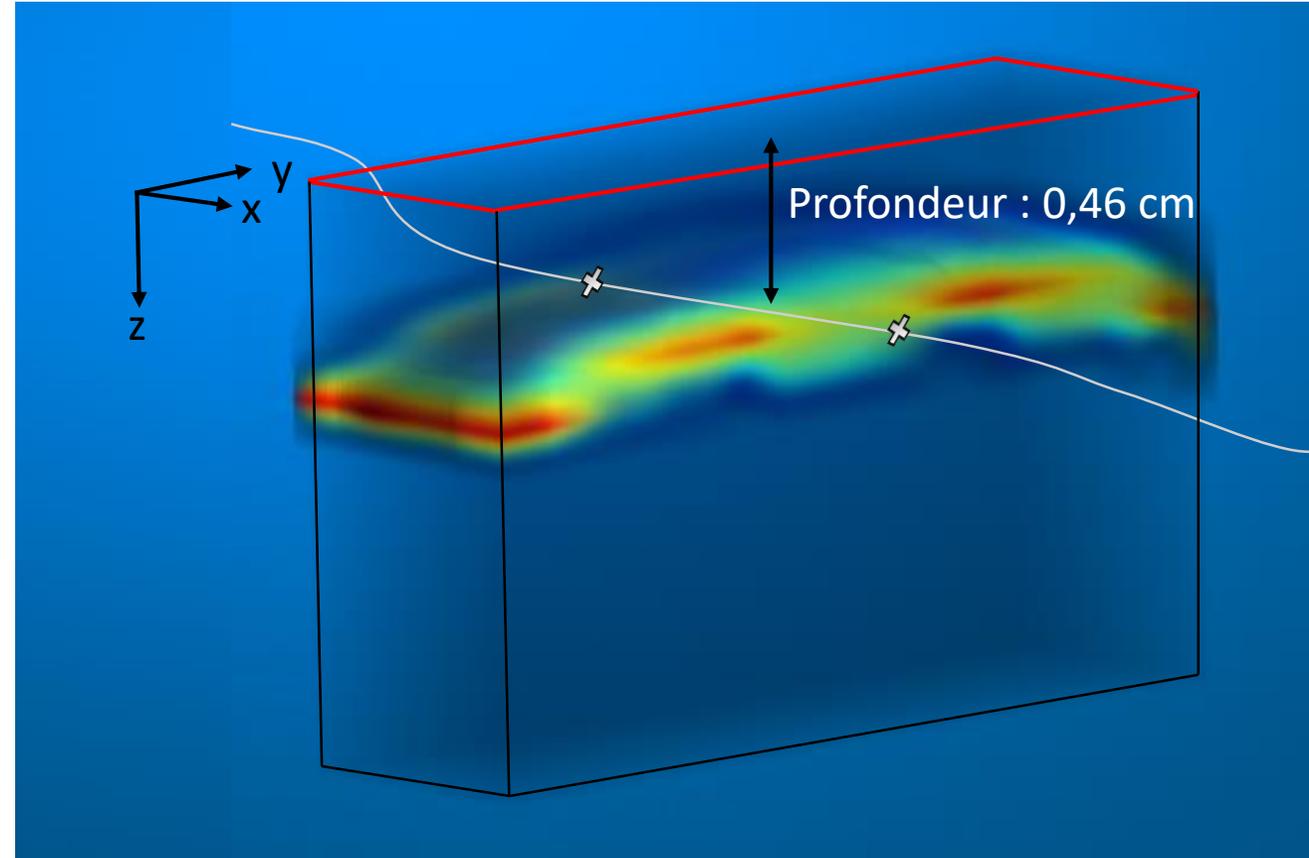
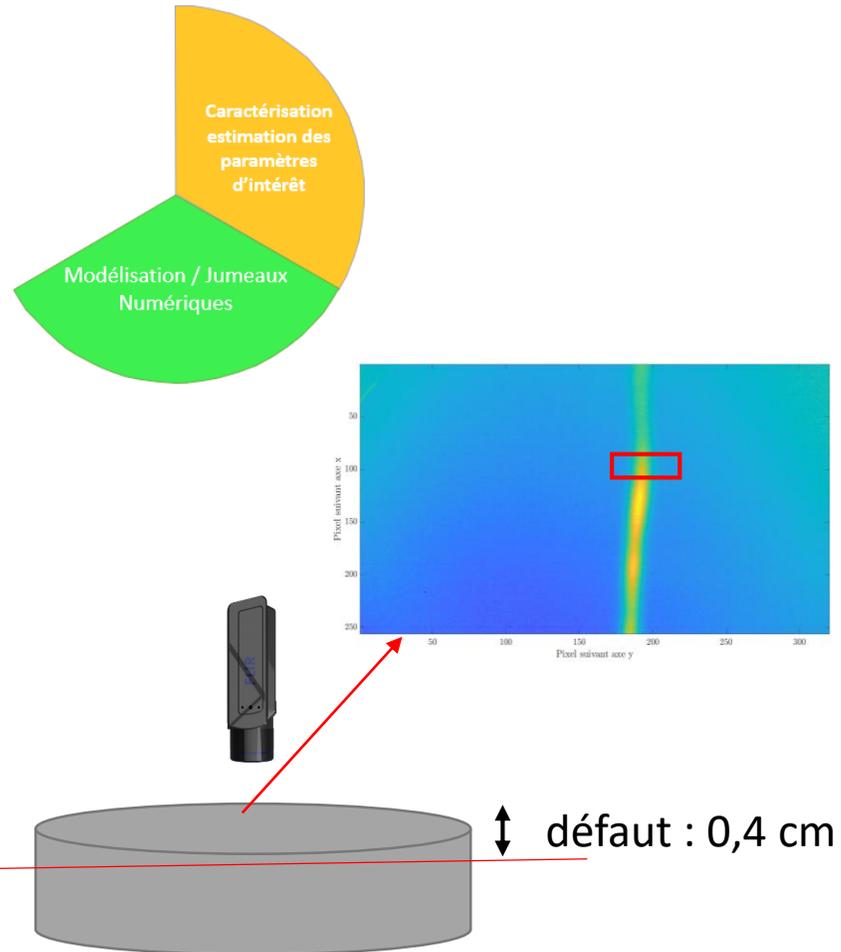
- Résolution analytique 2D/3D
- Résolution Fourier-Laplace par Eléments finis ou Volumes Finis

Choix du modèle ? Avantages / Inconvénients ?

Objectif : Tester la robustesse et la méthode sur des données expérimentales (collaboration avec Félix)

Génération des  
champs acoustique  
et thermique





Encadrement stages Adrien Arnaud (L2) 2022 et Félix Tourtoy (M1) 2023 :

- Génération **expérimentale** : sonothermographie sur un composite impacté (reprise setup de Thierry Kouadio)
- Génération **numérique** → Compréhension des phénomènes de diffusion
- Optimisation du setup expérimental

Génération des  
champs  
acoustiques et  
thermiques

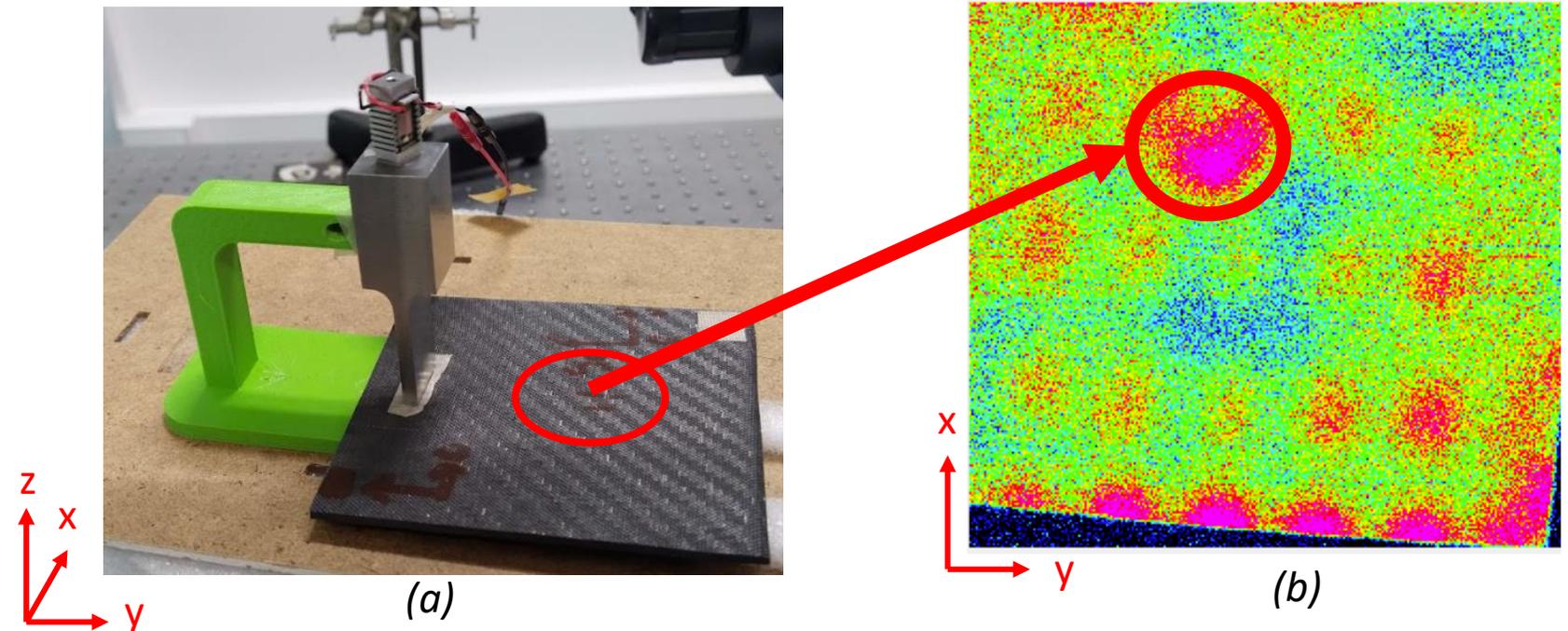
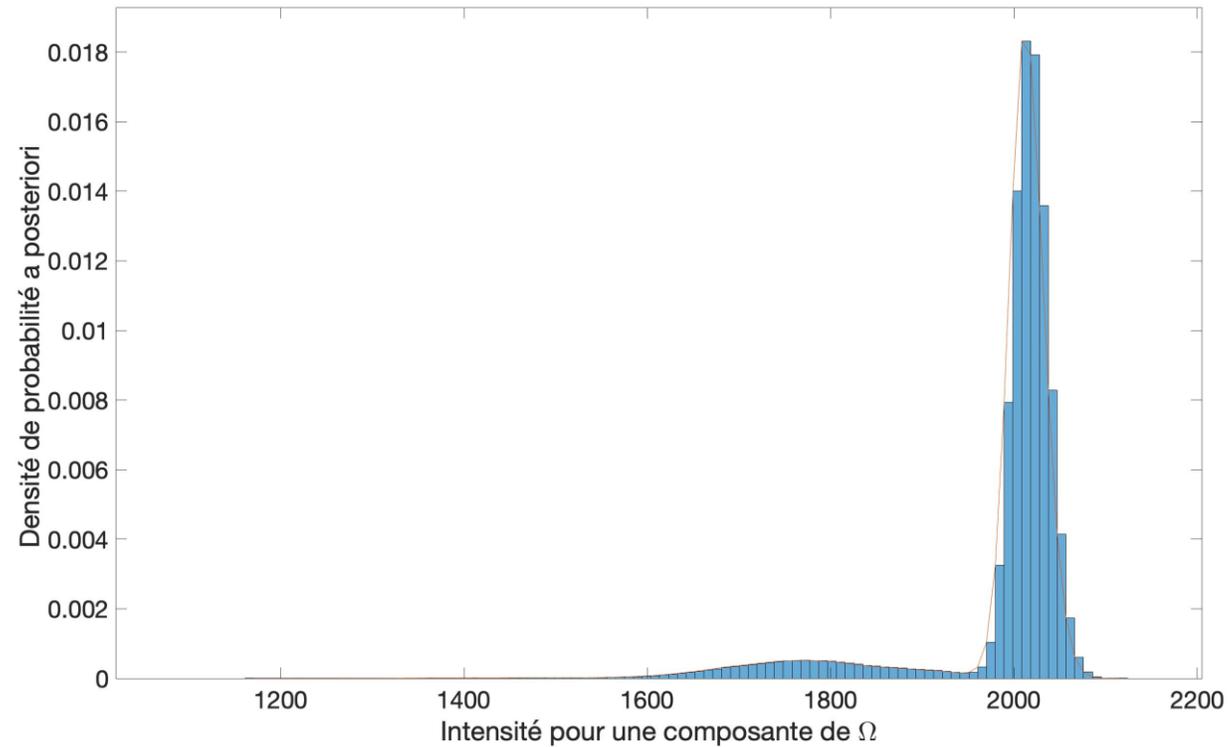
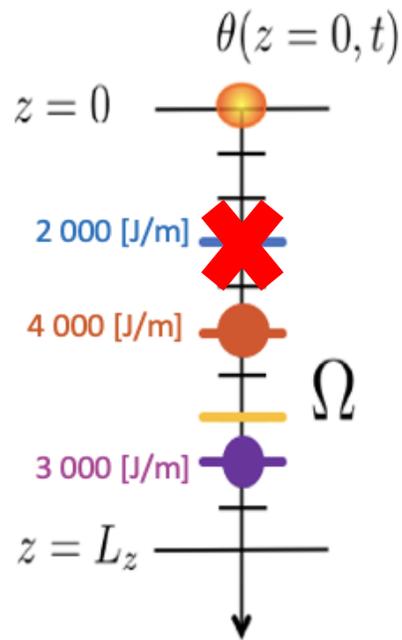


Figure 3 : (a) Dispositif expérimental et (b) champ de température à la surface d'une plaque de composite impactée

Algorithme de Monte Carlo Chaîne de Markov (MCMC) type Gibbs :

Nombre d'itérations : 1 000 000 (2h de calcul)



*Historique des solutions proposées par l'algorithme pour plusieurs itérations pour une composante*

